

防衛大学校土木工学教室 学生員○飯塚 稔

正 員 三原徹治

正 員 石川信隆

1. 緒言 近年、構造物の設計法が限界状態設計法に移行しようとする動向にあるが、この設計法では、使用限界状態（使用時）と終局限界状態（終局時）に対し安全であるように構造物を設計することを目的としている。一方、使用時および終局時制約を同時に考慮した最適信頼性設計法に関する研究としてはParimiら¹⁾のものがあるが、設計法における制約の有効範囲や許容限界値については十分に言及していない。本研究は、使用時および終局時を同時に考慮した最適信頼性設計について検討を行うとともに、両制約の有効範囲について考察したものである。なお、本研究では、設計変数 X_i （断面積または塑性断面係数）は確定量とし、外力 F および降伏点応力 σ_y は確率量で正規分布に従うものとした。

2. 最適信頼性設計の基本式 使用時制約(S)とは、ある断面の応力が降伏応力を超える、いわゆる弾性限界超過確率がその許容値を超えない制約であり、終局時制約(U)とは、塑性崩壊メカニズムが形成されるとき崩壊確率がその許容値を超えない制約である。これら2つの制約条件を同時に考慮したうえで構造物の全重量 W を最小とするように目的関数を選べば、最適信頼性設計の基本式が次式のように表わされる。

$$\text{目的関数: } W = \rho \mathbf{L}^T \mathbf{X} \rightarrow \text{Min.} \quad (1a)$$

$$\text{制約条件: (S) } P_{fs}^{(0)} \leq P_{fas} \quad (1b)$$

$$(U) \quad P_{fu}^{(0)} \leq P_{fau} \quad (1c)$$

$$\mathbf{X}^L \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{X}^U \quad (1d)$$

ここに、 $\mathbf{L}$ =部材長、 $\mathbf{X}$ =設計変数、 P_{fas} =許容弾性限界超過確率、 P_{fau} =許容崩壊確率、 ρ =単位体積重量である。ここで、真の弾性限界超過確率 $P_{fs}^{(0)}$ は、構造物の構造要素 i が弾性限界を超える確率 P_{fsi} の最大値で与えられるものとする。また、任意の崩壊モード k が形成される確率

を P_{fuk} とすれば、真の塑性崩壊確率 $P_{fu}^{(0)}$ は P_{fuk} の中の最大値をとるものとした。なお、式(1)を解くにあたっては、非線形計画法の汎用プログラムADSS²⁾の中のSLPを用いている。

3. 制約の有効範囲 式(1)で与えられる設計式を用いて設計を行なう場合、許容弾性限界超過確率 P_{fas} および許容崩壊確率 P_{fau} の値によって、設計値は当然ながら異なることが予想される。また、使用時制約(S)か終局時制約(U)のいずれかがアクティブでなくなる場合がある。例えば P_{fau} を一定としたとき、 P_{fas} の値が小さいとS制約のみアクティブとなる領域(S領域)となり、 P_{fas} を次第に大きくすればSとU制約の両方ともアクティブとなる領域(S+U領域)、さらに大きいとU制約のみアクティブとなる領域(U領域)の3つの領域が存在することが推定される。そこで、制約条件の有効範囲を明らかにするために以下にこれらの境界値を定める。

(1) S+U領域の上限値 P_{fas}^U の算定: P_{fau} を一定として最適塑性信頼性設計(U設計)された構造物は、ある弾性限界超過確率 P_{fas} よりも小さいときはS制約がアクティブとなるので、UとS+Uの上限の境界値 P_{fas}^U は弾性信頼性解析(S解析)をすることにより、次式で求められる。

$$P_{fas}^U = P_{fas}^{(0)} = \max_i P_{fsi} = P(Z_i \leq 0) \quad (2) \quad \text{ただし、} Z_i(X_i) = R_i - S_i, R_i = \sigma_y \cdot X_i;$$

$S_i = b_{ij} \cdot F_j$; X_i = U設計で得られた設計変数; b_{ij} =部材長と断面積に関係する係数(確定量); F_j = 要素 i の j 節点に作用する外力(確率量)

(2) S+U領域の下限値 P_{fas}^L の算定: P_{fau} が一定のとき、 P_{fas}^L はS設計とU設計との境界値である。そこで、S設計された設計変数 $\mathbf{X}$ を $\log P_{fas}$ に関する一次式で表わせば、次の手順によって P_{fas}^L を求めること

ができる。 ① まず境界値近傍の P_{fas} を一定値（例えば 10^{-3} ）としてS設計を行い、その設計結果を $C (=X)$ とする。 ② 境界値における設計変数を $X=CX_1$ とおき（ただし X_1 =未知数）、次に塑性崩壊確率 $P_{fu} (X=CX_1)$ が一定（ 10^{-5} ）となるように X_1 を定める。 ③ ②で得られた設計変数 $X=CX_1$ の値を用いて弾性限界超過確率（S解析）を求めれば、それが P_{fas}^L となる。

4. 計算例 図-1に示す6部材トラス³⁾に対して使用時(S) および終局時(U) の両制約を同時に満足するように設計する。弾性限界超過確率は各部材ごと6断面の応力が降伏応力 σ_y を超える確率とし、塑性崩壊確率は図-2に示すような15個の崩壊モードを考慮して計算した。図-3は $P_{fau} = 10^{-5}$ としたとき、 P_{fas} と設計値（重量Wおよび断面積 X_i ）との関係を示したものである。 P_{fas} の増大とともにWは減少する傾向がみられる。 P_{fas} の値が小さいと（ $10^{-7} \sim 10^{-5}$ ）S領域、やや大きくなると（ $10^{-3.64} \sim 10^{-1}$ ）S+U領域が現われている。本計算例では 10^{-1} にのみU領域が現われている。また3. (1), (2) で示した方法により P_{fas} および P_{fas}^L の値を求めれば、 P_{fas} と P_{fau} の値の相互関係によって図-4に示すような3つの領域に区分されることがわかる。さらに、S設計とS+U設計の領域を区分する境界は P_{fau} と P_{fas} との間に $P_{fau} = P_{fas}^{1.41}$ の関係がある。これより、S+U領域（図-4中の斜線部）がかなり広い領域にわたり存在していることが認められる。

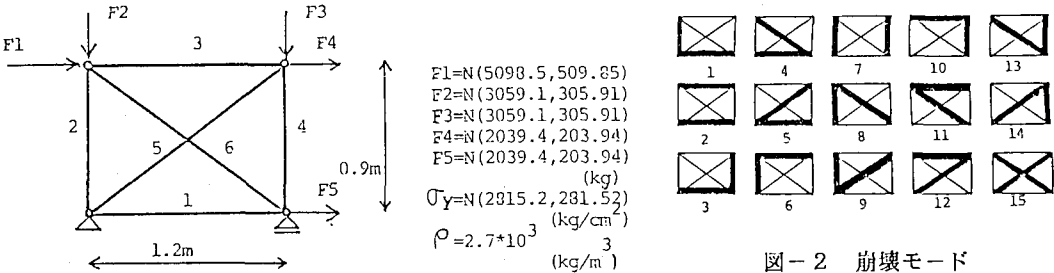


図-1 6部材トラス

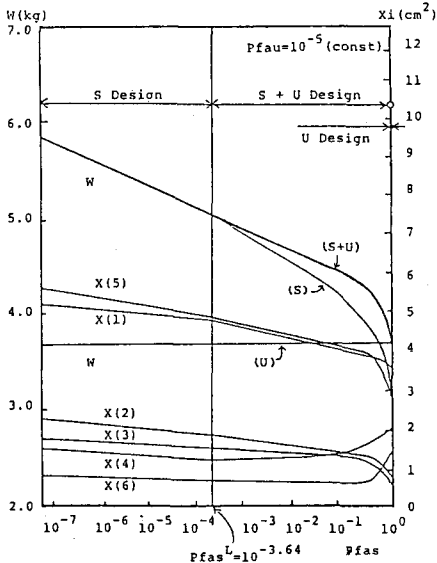


図-3 設計結果

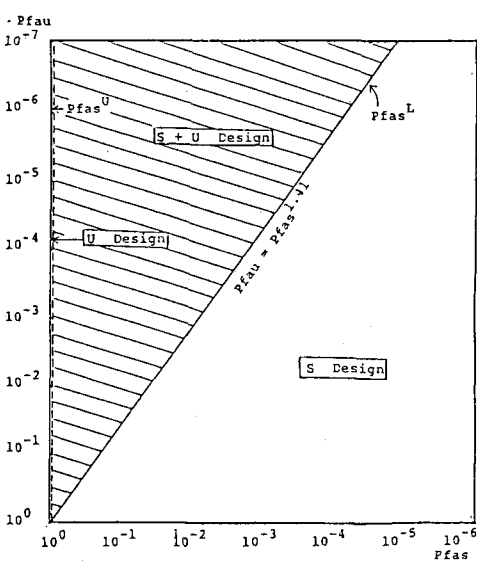


図-4 設計領域

(参考文献) 1)Parimi, S.R. and Cohn, M.Z.; Optimal Criteria in Probabilistic Structural Design, IUTAM Conference, Warsaw, 1973. 2) Sugimoto, H. and Vanderplats, G. N.; ADS 1983.1. 3) 丹羽一郎、米沢政昭、大場史憲、室津義定、津村俊弘; 信頼性の概念に基づく最適構造設計、材料29巻第316号55年1月。