

山口大学工学部

正 員

古川 浩平

九州大学大学院

学生員

菊池 英明

1. まえがき

近年構造最適化の分野で、最適性規準法に関する研究が数多く行われるようになった。この手法は収束性は優れているが、設計対象構造物の応答特性に基づいて最適性の規範が決められているため汎用性が小さいという弱点を持つ。本研究ではこれらの点をふまえ、最適性規準法の収束性の良さを保持した上で汎用的な手法の開発を試みる。静的外力を受ける構造物の変位制約下における最適性規準は一般に多変位制約問題を解くことにより得られる。しかし実際の橋梁構造物等の設計を考えた場合、外力に関する規定や支持条件などを考えると、そのほとんどが構造物の最大変位をあらかじめ推定でき、その最大変位点の変位を制約とした設計を行ってよく、単一変位制約問題として取り扱えば十分である。それに加え、単一変位制約問題とすることで最適性規準が単純化され、計算手法の簡略化ができる。その反面多変位制約問題に関しては規準の性質上十分に対応できない場合が生じる。

本研究では最適性規準の一般性と手法の簡略化を考え、まず静的外力を受ける構造物の単一変位制約下における最適性規準を導き、次いでこの規準が既に発表されているトラス構造物の最適性規準と同一であることを示した上で、汎用的な手法の開発を行う。応力に関する最適性規準法には全応力設計法の考え方を用いる。

2. 最適性規準の定式化

構造物のある点の変位 δ_j が与えられた許容変位 δ_a となる最小重量構造物は目的関数 $W = \sum A_i l_i \rho_i$ と等号制約 $\delta_a - \delta_j = 0$ より形成される次のラグランジュ関数の停留点を求めることにより得られる。

$$L = \sum A_i l_i \rho_i + \lambda (\delta_a - \delta_j) \quad (1)$$

ここに、 A_i, l_i, ρ_i はそれぞれ i 要素の断面積、要素長、比体積重量、 λ はラグランジュ乗数である。着目点 j の変位 δ_j は次式で表される。

$$\delta_j = B_j^T \delta = B_j^T K^{-1} P \quad (2)$$

ここに K は剛性マトリックス、 P は荷重ベクトル、 B_j は変位着目点 j 点に 1 がはいり残りはゼロのベクトル、 δ は変位ベクトルである。式(2)を式(1)に代入し、両辺を A_i で偏微分することにより式(1)の停留点を求め、左辺を ν_{i1} と置けば次式となる。

$$\nu_{i1} = \frac{1}{\lambda} = \frac{r B_j^T K^{-1} K_i \delta}{A_i l_i \rho_i} \quad (3)$$

ここに、 r はトラス部材の時 1、曲げ部材の時 2 の定数、 K_i は i 部材に関係する要素にのみ値の入った剛性マトリックスである。よって、この ν_{i1} を全要素で等しくすることが最適性規準となる。

同様に、トラスの仮想変位の原理より導かれた最適性規準は次式となる [1]。

$$\nu_{i2} = \frac{\bar{F}_i F_i}{A_i^2 \rho_i E_i} = \frac{\bar{\delta}^T K_i \delta}{A_i l_i \rho_i} \quad (4)$$

これらの ν_{i1}, ν_{i2} の関係を次のようにして求めることができる。

仮想荷重系における荷重ベクトルを $\bar{P}$ 、仮想変位を $\bar{\delta}$ とすると、

$$\bar{\delta}^T = (K^{-1} \bar{P})^T = \bar{P}^T K^{-1} \quad (5)$$

$\bar{P}$ は仮想荷重系であり変位着目点 j のみに 1 がはいり残りはゼロのベクトルである。 B_j は単一変位制約下の場合、変位制約点 j のみに 1 がはいり残りはゼロのベクトルである。従って単一変位制約下においては $\bar{P}$ と B_j は同じベクトルである。よって式(3)と(4)はトラスの場合、全く同じ式であることがわかる。

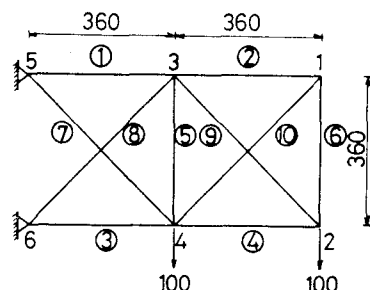


図-1 10部材トラス

3. 数値計算例および考察

計算例として、単一変位制約下の問題として示された6部材トラス[2]や14部材トラス、17部材トラス[3]の最適解を本手法で求めた結果は、これらの文献に示された解と一致した。しかもそれらの解を得るのに必要な構造解析の回数はわずか7~8回で本手法の収束性の良好なことがわかる。

他の計算例として、図-1に示す10部材トラスを用い、本研究で提案した汎用的最適性規準法の収束性を検討する。計算例に用いる初期値その他の値はkhotら[4]と同じ値を用いる。この計算結果を表-1に示す。

Case 1は許容変位 $\delta_a = 2.0$ inで多変位制約問題として取り扱われている問題への適用例である。本手法では変位制約点を節点2の鉛直方向とした。表-1から明らかなように、本手法では局所的最適解に収束していることがわかる。これは、多変位制約問題では節点1、2の鉛直方向の変位が許容変位に収束するが、本手法では節点2の変位しか許容変位に収束しないため、両者の剛性分布の違いが収束値の差に表れたものと考えられる。しかしこの収束値の差は重量で2.8%と小さく、単一変位制約という簡易化を行っている割りには良い値が得られている。また収束に要した構造解析の回数は15回である。

Case 2は応力制約問題への適用例である。この場合、要素9の許容応力度のみ50000 lb/in²であり他は25000 lb/in²である。汎用的最適性規準法は、応力制約に関しては全応力設計法を用いているため、単に応力制約問題として取り扱った場合、

表-1のCase 3に示す全応力設計法による最適解に収束し、Case 2の左欄に示す大域的最適解に収束しない。従って、節点2に変位制約を設け、単一変位制約問題とすることにより最適化を行った。その際、必要となる許容変位は大域的最適解における変位の値を用いた。この場合Case 2に示すように、10回の繰返しで大域的最適解と0.5%の差の解が得られた。

このように、本設計法は単一変位制約下はもとより、多変位制約問題や応力制約問題に対しても適用可能で、かつそのアルゴリズムも簡単であり、有効な手法ではないかと考えられる。

参考文献 [1] ギャラガー、ツイエンキーヴィッツ：最適構造設計、pp.31-45、培風館。[2] 大久保、松原：第29回構造工学シンポジウム論文集、pp.125-132、1983

[3] Khot, Berke : New Direction in Optimum Structural Design, pp.47-74, John Wiley & Sons.

[4] Khot, Berke, Venkayya : AIAA J., Vol.17, No.2, pp.182-190, 1979.

表-1 10部材トラスの最適設計結果

Case			1		2		3
計算手法			Khot	本手法	Khot	本手法	全応力設計
変位制約点			2(y 方向)		—	2(y 方向)	—
許容変位 δa (in)			2.0		—	8.1	—
許容応力 σa (lb/in ²)			25000		25000 (i=1,..,8,10) 50000 (i=9)		
初期断面積 A (in ²)			10.0				
最適解	断面積 $A_{opt}(\text{in}^2)$	1	30.521	32.844	7.900	7.903	4.11
		2	0.100	0.100	0.100	0.100	3.89
		3	23.199	21.697	8.100	8.158	11.89
		4	15.223	15.756	3.900	3.896	0.11
		5	0.100	1.033	0.100	0.100	0.10
		6	0.551	0.100	0.100	0.102	3.89
		7	7.457	5.544	5.798	5.863	11.16
		8	24.036	24.973	5.515	5.508	0.15
		9	21.528	22.416	3.677	3.703	0.10
		10	0.100	0.100	0.141	0.145	5.51
最適解	応力 σ (lb/in ²)	1	6639	6838	25000	24972	24978
		2	-1313	-1155	24998	25010	25020
		3	-8507	19066	-25000	-24836	-25008
		4	-6578	6329	-25000	-25007	-24294
		5	25000	24571	-686	-629	-120
		6	-238	-116	24998	25010	25020
		7	18465	1906	25000	24753	25007
		8	-6899	-7370	-25000	-25000	-25082
		9	6578	6330	37500	37209	37793
		10	1858	1635	-25002	-25018	-24980
最適解	鉛直方向 変位 δy (in)	1	-2.000	-2.050	-7.200	-7.171	-7.199
		2	-1.991	-2.009	-8.099	-8.071	-8.100
		3	-0.736	-0.782	-2.700	-2.699	-2.705
		4	-1.636	-1.671	-2.699	-2.676	-2.700
		5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
		6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
重量 W (lb/in ³)			5060.85	5203.47	1497.6	1504.37	1725.2