

愛媛大学工学部 正会員 大久保 稔二
愛媛大学大学院 学生員 和多田 康男

1 まえがき 従来、構造物の最適設計法に関する研究は弾性理論に基づく研究がほとんどであり、非線形挙動を示す構造物の最適設計法に関する研究はきわめて少ないのが現状である。本研究は、材料の非線形性を考慮した構造物の最適設計を、エネルギー原理に基づきSLP(逐次線形計画法)を用いて行う方法について基礎的な検討を行つたものである。

2 エネルギー原理に基づく最適化問題の定式化 エネルギー原理に基づく構造物の解析法には、ポテンシャルエネルギー最小化に基づく方法とコンアリメンタリエネルギー最小化に基づく方法があるが、本研究では後者に着目し材料の非線形性を考慮したトラス構造物の最適化問題を考える。

一般に、 n 個の部材を有するトラス構造物全体のコンアリメンタリエネルギー Π_c は部材力 $P = [P_1, \dots, P_n]^T$ と断面積 $A = [A_1, \dots, A_n]^T$ の関数として次式で表わされる。

$$\Pi_c(P, A) = \sum_{i=1}^n \beta_i(P_i, A_i) l_i A_i \quad (1)$$

ここに、 $\beta_i(P_i, A_i)$ 、 l_i はそれぞれ部材 i の単位体積当りのコンアリメンタリエネルギーおよび部材長である。

最小コンアリメンタリエネルギーの原理によれば、未知変数として部材力 P を考慮し、各可動節点における力の釣合条件式のもとで Π_c を最小にするような部材力 P^* が構造物の真の部材力になる。

一方、トラス構造物の最適設計における目的関数としてトラス全体の重量を考慮すると、目的関数は断面積 A の関数として次のように表わされる。

$$W(A) = \sum_{i=1}^n \rho_i l_i A_i \quad (2)$$

ここに、 ρ_i は部材 i の単位体積当りの重量である。したがって、コンアリメンタリエネルギー最小化に基づく方法によりトラス構造物の重量を最小にする問題は次のように定式化することができる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{Find } P, A \text{ such that } \Pi_c(P, A) \rightarrow \min., \quad W(A) \rightarrow \min. \\ \text{subject to } g = F - CP = 0 \end{array} \right\} \quad (3)$$

ここに、 $g = [g_1, \dots, g_m]^T$ (m : 自由度の数) は各可動節点における釣合条件式、 $F = [F_1, \dots, F_m]^T$ は各可動節点に作用する外力ベクトル、 C は P の F 方向への変換マトリックスである。

ところで、図-1に示すような非線形性を有する材料を使用した場合、部材 i のコンアリメンタリエネルギー $\Pi_c(P_i, A_i)$ および重量 $W(A_i)$ は次のようになる。

$$\Pi_c(P_i, A_i) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{P_i^2 l_i}{2E_1 A_i} & (P_i \leq P_e) \\ \frac{P_e l_i}{2E_1 A_i} (2P_i - P_e) + \frac{(P_i - P_e)^2 l_i}{2E_2 A_i} & (P_i > P_e) \end{array} \right\} \quad (4)$$

$$W(A_i) = \rho_i l_i A_i$$

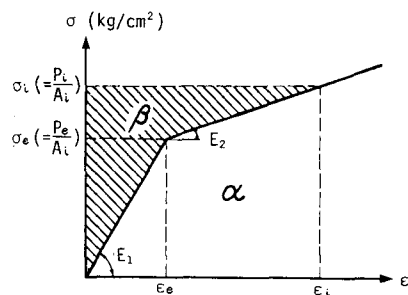


図-1 応力とひずみの関係

式(4)から明らかなように、断面積 A_i が増加するとコンアリメンタリエネルギー $\Pi_c(P_i, A_i)$ は単調に減少するが、重量 $W(A_i)$ は単調に増加する。したがって一般に $\Pi_c(P, A)$ の最小化と $W(A)$ の最小化は断面積 A に関して相矛盾した関係にある。そこで本研究では各部材の許容応力度 $\sigma_a = [\sigma_{a1}, \dots, \sigma_{an}]^T$ を用いて断面積 A を部材力 P で表わし、

式(3)の最小化問題をPのみの関数として表現し、次のような最小化問題を導入した。すなわち

$$\left. \begin{array}{l} \text{Find } P, \text{ such that } \Pi_c(P) \rightarrow \min., \quad W(P) \rightarrow \min. \\ \text{subject to } g = F - CP = 0 \end{array} \right\} \quad (5)$$

式(5)の最小化問題において、 $W(P)$ を最小にするようなPを求め、そのPが $\Pi_c(P)$ をも最小化しなければならないということは、 $\Pi_c(P)$ を最小にするPを求めて $W(P)$ を最小化することと等価である。Pが与えられれば $W(P)$ の最小値はAを次式により決定することによって得られる。

$$P = \sigma_a^T A \quad (6)$$

したが、式(5)は次のような問題に変換することができ。

$$\left. \begin{array}{l} \text{Find } P, \text{ such that } \Pi_c(P) \rightarrow \min. \\ \text{subject to } g = F - CP = 0, \quad P = \sigma_a^T A \end{array} \right\} \quad (7)$$

3 SLPによる最適設計アルゴリズム 本研究では、式(7)の最小化問題をSLP²⁾を利用して次のようなアルゴリズムで解くこととした。

① $\Pi_c(P)$ およびgのみを考慮して次のような線形近似問題を導入し、これをLPの手法により解きPの変化量 ΔP を求める。

$$\left. \begin{array}{l} \text{Find } \Delta P, \text{ such that } \nabla \Pi_c^T \Delta P \rightarrow \min. \\ \text{subject to } g_0 - C \Delta P = 0 \end{array} \right\} \quad (8)$$

ここに、 $\nabla \Pi_c = [\partial \Pi_c / \partial P_1, \dots, \partial \Pi_c / \partial P_n]^T$

② $P = P + \Delta P$ とし、式(6)により各部材の最小断面積 A_i を求める。

③ ②で改良した断面積Aを用いて再び式(8)の近似問題を作成し、PおよびAが一定値に収束するまで①、②の操作を繰り返す。

4 最適設計例および考察 前節までに述べた方法により種々の不静定トラスの最適設計を行い、Dual approach によって得られる最適値との比較を行った。

図-1のように非線形材料において $E_1 = 2000000 \text{ kg/cm}^2$, $E_2 = 100000 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_e = 2000 \text{ kg/cm}^2$ と仮定し、 $\rho_s = 1.0 \text{ kg/cm}^3$, σ_{ai} は各部材同一として図-2に示す3, 6, 10部材トラスの最適設計を行った結果を表-1に、また6部材トラスにおける収束状況を図-3に示す。いずれのトラスの設計においても不要部材の断面積がその下限値 0.1 cm^2 に収束し、材料の線形性や非線形性にかかわらず静定構造系に収束している。また、Dual approach によって得られた最適値(表-1(1)内)とも一致しているため全般的な最適解であり、本研究で提案した方法により応力制限のみを考慮した場合の非線形トラス構造物の最適設計が可能であることが明らかとなった。このようにエネルギー原理に基づく最適設計法は、コンプライメンタリエネルギーの最小化を考慮することにより材料の線形性や非線形性に関係なく定式化できる上、構造物の非線形解析を行う過程で重量の最小化も行うので、通常の非線形解析と同程度の計算量で最適解まで決定できるところに大きな特長がある。

参考文献) 笠津スー郎「エネルギー法入門」培風館 1980

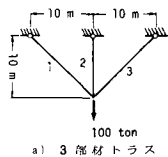
2) 大久保 謙二「構造設計における Optimizer Subroutine Library の作成」昭和59年度科学研究費補助金(研究成果(1)) 研究発表報告書

3) 地盤解を得るために要した繰り返し回数 注・()内はDual Approachによる解である。

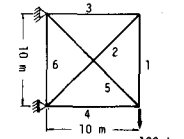
		断 面 積 (cm ²)										重 量 (x10 ³ kg)	1) I T E C P U (秒)	材 料
		A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈	A ₉	A ₁₀			
3部材	初期値	10.0	10.0	10.0	10.0	10.0	10.0	10.0	10.0	10.0	10.0	—	—	—
	$\sigma_a = 1500$ ¹⁾	0.1 (0.5)	66.6 (66.6)	0.1 (0.5)	—	—	—	—	—	—	—	66.90 (68.07)	22	0.27
	$\sigma_a = 3000$	0.1	33.3	0.1	—	—	—	—	—	—	—	33.59	15	0.24
	$\sigma_a = 3000$	0.1	33.2	0.1	—	—	—	—	—	—	—	33.50	22	0.28
6部材	$\sigma_a = 1500$	0.1 (0.1)	0.1 (0.1)	0.1 (0.1)	66.6 (66.6)	94.2 (94.1)	0.1 (0.1)	—	—	—	—	200.29 (200.14)	24	0.58
	$\sigma_a = 3000$	0.1	0.1	0.1	33.3	47.1	0.1	—	—	—	—	100.28	23	0.54
	$\sigma_a = 3000$	0.1	0.1	0.1	33.3	47.0	0.1	—	—	—	—	100.23	23	0.57
	$\sigma_a = 3000$	0.1	0.1	0.1	33.3	47.0	0.1	—	—	—	—	100.23	23	0.57
10部材	$\sigma_a = 1500$	133.5 (133.4)	66.5 (66.6)	94.0 (94.1)	94.6 (94.5)	0.1 (0.1)	0.2 (0.1)	94.1 (94.3)	0.1 (0.1)	133.1 (133.5)	0.1 (0.1)	733.57 (733.25)	34	1.88
	$\sigma_a = 3000$	66.7	33.3	47.1	47.2	0.1	0.1	47.1	0.1	66.6	0.1	367.01	44	2.28
	$\sigma_a = 3000$	66.8	33.2	47.0	47.3	0.1	0.1	47.0	0.1	66.6	0.1	366.81	32	1.77
	$\sigma_a = 3000$	66.8	33.2	47.0	47.3	0.1	0.1	47.0	0.1	66.6	0.1	366.81	32	1.77

1) 地盤解を得るために要した繰り返し回数 2) FACOM M180RAD による計算時間 3) 許容応力度 (kg/cm²)

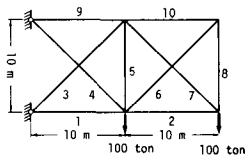
注・()内はDual Approachによる解である。



a) 3部材トラス



b) 6部材トラス



c) 10部材トラス

図-2 トラス構造物の形状

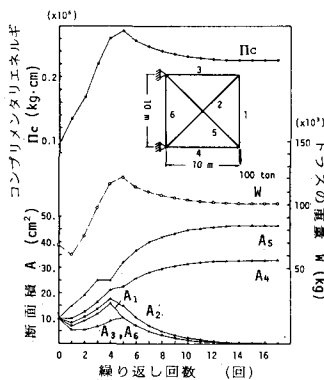


図-3 6部材トラスの収束状況

表-1 各トラス構造物の最適値