I-168　応力法とTwo Level 法を用いたトラス橋の最適設計

熊本大学工学部　正　員　○小林　一郎
熊本大学工学部　正　員　　三池　亮次

1．はじめに　骨組構造物の最適設計における数値計算の効率化については、これまで、主として最適化手法の改良という観点から種々の研究が進められている。しかし、実際的には大半の計算時間は構造解析のために費やされている。従って、設計の対象となる構造物によって有効な構造解析法を選択することができれば、最適設計の計算効率は格段に向上すると思われる。通常の最適設計においては、全部材の応力と一部の節点変位の情報が必要であり、このためには変位法よりも応力法を使用するほうが有利である。

本研究は、最適化手法の効率化としてTwo Level 法を用いると同時に、応力法によって構造解析に要する計算時間の短縮化、計算容量の縮小化をはかったものである。

2．応力法による構造解析　応力法においては、解くべき構造（与系）を静定基本系に不静定力がかかった構造として解析する。外的不静定と内的不静定では、多少取り扱いが異なるが、両方を考慮して定式化する。外力を$\boldsymbol{P}$、基本系の変位を$\boldsymbol{d}$、部材の軸力を$\boldsymbol{N}'$、たわみ性マトリックスを$\boldsymbol{F}_m$とすると

$$\boldsymbol{N}' = \boldsymbol{B}_o \boldsymbol{P} \quad (1) \qquad \boldsymbol{d} = \boldsymbol{B}_o^t \boldsymbol{F}_m \boldsymbol{B}_o \boldsymbol{P} \quad (2)$$

となる。ここで、$\boldsymbol{B}_o$マトリックスは、節点法により直接簡単に求めることが可能である。変位法においては、構造が大規模になるほど、演算時間、計算容量とも急激に増大する。これに対し、応力法は、このようなキングサイズの問題に適した方法といえる。不静定力を$\boldsymbol{f}$、$\boldsymbol{f}$を軸力に変換する係数マトリックスを$\boldsymbol{B}_f$、とすると与系の軸力$\boldsymbol{N}$は、

$$\boldsymbol{N} = \boldsymbol{B}_o \boldsymbol{P} + \boldsymbol{B}_f \boldsymbol{f} \quad (3)$$

となる。ただし、$\boldsymbol{f}$は設計変数の関数であり、これを求めるには、$\boldsymbol{f}$の作用方向の変位を$\boldsymbol{u}_f$としてこれらをすべて0にすればよい。

$$\boldsymbol{u}_f = \boldsymbol{B}_f^t \boldsymbol{F}_m \boldsymbol{B}_o \boldsymbol{P} + \boldsymbol{B}_f^t \boldsymbol{F}_m \boldsymbol{B}_f \boldsymbol{f} = \boldsymbol{0} \quad (4)$$

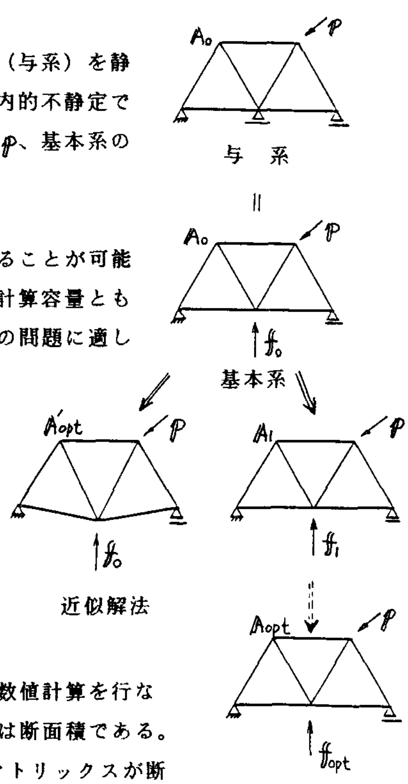
上式より不静定力$\boldsymbol{f}$は、

$$\boldsymbol{f} = -(\boldsymbol{B}_f^t \boldsymbol{F}_m \boldsymbol{B}_f)^{-1} \boldsymbol{B}_f^t \boldsymbol{F}_m \boldsymbol{B}_o \boldsymbol{P} \quad (5)$$

式 (5) を式 (3) に代入して、与系の軸力を求めることができる。数値計算を行なうために、図－1に示した2つの解法を用いた。ただし、図中で$\boldsymbol{A}$は断面積である。

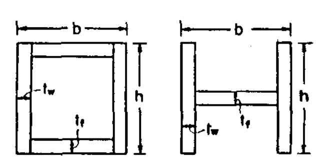
(解法-1)　厳密解法　－－　不静定トラスでは、式 (4) の$\boldsymbol{F}_m$マトリックスが断面積の関数であるので、部材の軸力は繰り返し計算によって求める。

(解法-2)　近似解法　－－　不静定力を一時的に設計変数とは独立な外力として考える。不静定次数分だけ適合条件を緩和して静定構造の最適設計を行う。



図－1　厳密解法と近似解法の概念図

3．Two Level 法　部材に関する最適設計問題(First Level の問題)と骨組形状に関する最適設計問題(Second Levelの問題)とを表－1、2のように定める。各部材の断面形状は図－2に示す通りである。静定トラスにおいては、First Level の問題は、各部材ごとに軸力が定まれば、設計変数は3つなので、表－1の 1 ～ 5 の制約式のうちから3つを選択し、等号の連立方程式として即座に解を求めることが可能であり、これについては文献1に報告の通りである。次に、Second Levelの問題は、直接探索法等により、設計変数を適当に変動させて解を改善して行く。



(a)箱型断面　(b)H型断面

図－2　断面形状

4．数値計算例　図－3に示す2つのトラス橋に本法を適用する。軸力は影響線解析より求めることとし、設計荷重として死荷重強度Pd、活荷重の線荷重Pl、分布荷重plを与える。鋼種は総てSS41とし、計算はマイクロコンピュータ（富士通FM-11 FBASIC）で行った。

（モデル1）　3径間連続トラスで、Pd=42.2kg/cm,Pl=19900kg,pl=13.8kg/cm である。部材数は71、設計変数は対称性を考慮して 109である。ただし、主構高は定数としH=8.5mとした。表－3は設計変数の最適解の一部である。最適部材幅 bopt=32.0cm, 最適鋼重 Wopt=62.217ton となった。現在のところ、本モデルがマイコンのBASIC で解析できる限度であるが、大型計算機を使用すれば実橋規模の構造についての最適設計は可能であると思われる。

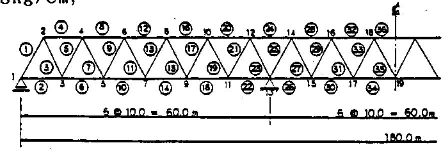
（モデル2）　内的6次，外的1次不静定トラスで、Pd=45.98kg/cm, Pl=16656kg,pl=11.66kg/cmとした。図－4は最適構重等高線で一点鎖線は厳密解法、実線は近似解法を示す。両者の全域的な最適解は良く一致している。よって、Second Levelの最適解を探索する際、First Level の問題は近似解法による解で十分であるといえる。二点鎖線は全応力設計による最適主構高であが、良い結果は得られなかった。図－5は Hopt=8.70m,bopt=30.0cm におけるFirst Level 問題の解の収束状況で、ステップ回数1の値が近似解法の解で、収束した解をここでは、厳密解と呼んでいる。初期値としては、全断面積とも同一の値を用いたが、値が極端にばらついていても十数回の繰り返し計算で図－5の解に収束する。

表－1　First Level の問題

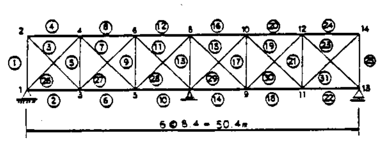
- 設計変数：t，t，h　（図－2参照）
- 制約条件
  - 1：応力制限　　2：細長比制限
  - 3：部材高の制限　4：板厚制限
  - 5：面外座屈防止条項
- 目的関数　－－－－　断面積

表－2　Second Level の問題

- 設計変数：b(部材幅)，H（主構高）
- 制約条件
  - 1：主構高の下限
  - 2：部材幅の制限
- 目的関数　－－－－　主構重量



モデル1



モデル2

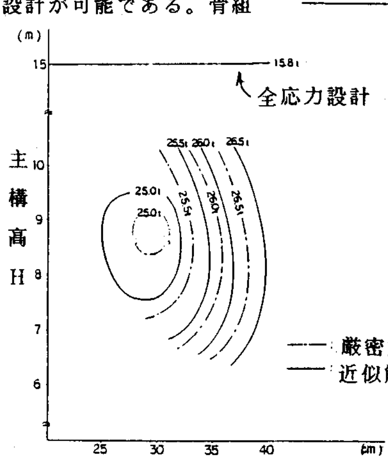
図－3　解析モデル

表－3　モデル1の最適解（一部）

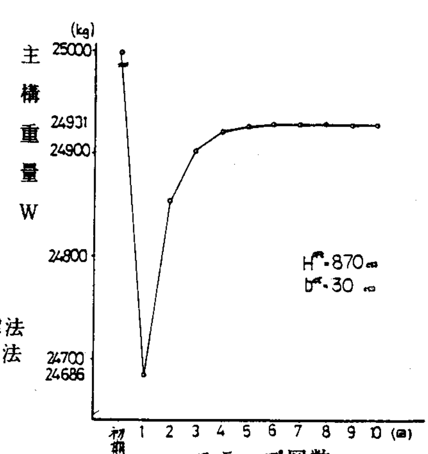
部材番号	1	2	3	4	5	6	7
応力 (kg/cm²)	-980	1099	1400	-974	-852	1400	1400
断面積 (cm²)	152.0	68.8	106.5	155.2	95.7	133.5	68.5
部材高 (cm)	37.7	11.0	34.5	38.0	27.8	51.5	10.8
板厚 t (cm)	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
板厚 t (cm)	1.3	0.8	0.8	1.4	0.8	0.8	0.8

5．あとがき　本研究は、大規模なトラス橋の最適設計を行なうにあたり、応力法とTwo Level 法を用いることにより、効率のよい解析法の開発を試みたものである。本法によれば、計算時間及び計算容量は極めて少なく、マイクロコンピュータ等の小型計算機によってもかなりの規模の最適設計が可能である。骨組形状等の上位の問題の最適解の探索においては、下位の問題は適合条件を緩和した静定構造（近似解法）についての解析で十分精度の良い解が得られることがわかった。

今後は、変位制約のある問題、プレストレスを考慮した場合、さらに斜張橋等の剛結合構造への本法の適用等について検討して行きたい。



図－4　最適構重等高線



図－5　解の収束状況

〈参考文献〉

1)小林 三池:Two Level Method を用いたトラス橋の最小重量設計,熊本大学工学部研究報告 第33巻