I-167　　最適信頼性設計法の大規模構造物への適用に関する基礎的考察

防衛大学校　正　員　○三原徹治
防衛大学校　学生員　　飯塚　稔
防衛大学校　正　員　　石川信隆

1　まえがき

構造物を設計する場合，構造物の強度および対象とする荷重が確率統計的ばらつきを持つ値であることを考慮して，安全性を合理的に評価しようとする目的から信頼性設計の重要性が高まりつつある。骨組構造物の最適設計の分野においても，従来からの最適塑性設計法の中に構造物の破壊確率を導入した最適信頼性設計に関する研究が行われている[1)]。しかし，この種の設計法では，一般に，構造物の形式やそれに作用する荷重の形態を考慮して，起こり得るすべての崩壊モードをあらかじめ求めておく必要がある。このため，最適塑性設計法に基づく最適信頼性設計を大規模な構造物に適用することは，このままでは容易ではない。

本研究は，上記の観点から，大規模構造物の最適信頼性設計を容易にし，かつ効率的な設計法を確立するため，従来の確定論的極限解析を利用した最適信頼性設計法について検討を行ったものである。

2　設計基本式と設計方法

構造物の崩壊確率 Pc が，ある許容崩壊確率 Pcaを超えないように制約したうえで，構造物全体の重量Wを最小にする最適信頼性設計問題は，Pcを最もクリティカルなモードによる崩壊確率（$Pc=\max_j Pcj$ (j=1,2,..,p: p=すべての崩壊モード数)）として評価すれば，式(1) のように表わされる。　ただし，ρ= 単位体積重量，$\mathbb{L}$= 設計変数 $\mathbb{X}$に関する係数ベクトル（部材長）である。

目的関数　$W=\rho\mathbb{L}^T\mathbb{X}\rightarrow \min.$　(1a)

制約条件　$Pc \leqq Pca$　(1b)

本研究では，荷重の確率統計量（平均値，標準偏差）および強度の変動係数viは既知とし，荷重および強度は互いに独立でともに正規分布にしたがうものと仮定する。このとき，$\max_j Pcj=\max_j \phi(\beta j)$　（$\phi(X)=1/\sqrt{2\pi}\int_x^{\infty}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$）という関係が得られる。また，$\beta j$ が大きくなるとPcj は単調に減少するので，式(1) は式(2) のように書き直すことができる。

目的関数　$W_N=\rho\mathbb{L}^T\mathbb{X}_N\rightarrow \min.$　(2a)

制約条件　$\beta j \geqq \beta a$

$(j=1,2,\cdots,N : N\in p)$　(2b)

ここに，j= モード番号，βj= モード jの安全性指標，βa= 許容安全性指標である。

式(2b)において，N は設計に必要なアクティブな崩壊モードの数を意味する。いま，構造物のすべての可能な崩壊モードに対して制約を与える条件(N=p) とすれば，式(2) は式(1) と全く等価となる。しかし，大規模な構造物の場合に，すべてのモードを考慮することは極めて煩雑な問題として取り扱わざるをえない。そこで，確定論手法による極限解析によって決定された最もクリティカルな崩壊モードが，最も破壊確率が大きい（最も安全性指標が小さい）という仮定を設ける。すなわち，与えられた任意の構造物の基本モードは容易に求めることができるから，まず，基本モードのみを考慮した設計を行い，次に式(3) の極限解析によって現モードが以前出現したモードと一致するか否かの判定を行う。もし，条件が満足されなければ次に考慮すべき可能な組み合わせモードを制約条件として付加し，再び，式(2) による設計を繰り返すことによって，大規模構造物の最適信頼性設計が可能となる。

目的関数　$\alpha c=\mathbb{R}(\mathbb{X}_N)^T\dot{\lambda}\rightarrow \min.$　(3a)

制約条件　$\mathbb{N}\dot{\lambda}-\mathbb{C}\dot{u}=\mathbb{0}$　(3b)

$\mathbb{S}^T\dot{u}=1$　(3c)

ただし，式(3) において，αc=崩壊荷重係数，$\mathbb{C}$=適合マトリックス，$\mathbb{N}$=降伏面における単位法線マトリックス，$\dot{\mathbb{u}}$=仮想変位速度ベクトル，λ= 塑性乗数ベクトル，$\mathbb{S}$=外力ベクトル，$\mathbb{R}(\mathbb{X}_N)$= N 個の可能崩壊モードのみを考慮した場合の構造重量 W_N を与える設計変数 $\mathbb{X}_N$ による塑性容量ベクトルである。

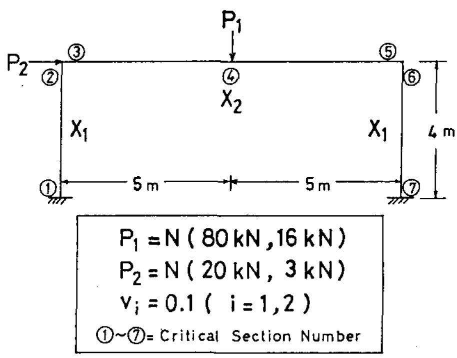
なお，設計・解析の最適化計算は，それぞれSUMT法および改訂シンプレックス法を用いて行った。

3　数値計算例

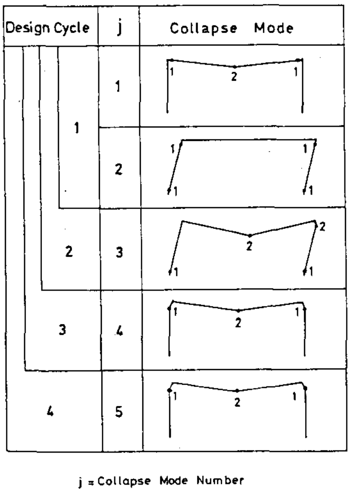
図－１に示す１層１スパンラーメンの最適信頼性設計を行った。図－２は，基本モード(j=1,2) と繰り返し設計によって得られた組み合わせモード(j=3,4,5) である。図－３に，本設計法による解の収束状況を示した。本例の場合には，４回の繰り返しで収束している。さらに，本例ではすべての可能崩壊モード数 p=8 であるのに対し，必要とした可能崩壊モード数は N=4 (j=5 はj=4 と同じ) であり，その比 N/p=0.5であった。この比率は，構造物が大規模になるにつれて小さくなることが推測できる。一方，Frangopol[1] は，すべての崩壊モードを考慮した確率論的最適設計によって同一例題の解を求めている。本法で得られた解はこれと完全に一致しており，本研究で提示した設計法は非常に効率的な手法であり，かつその有用性が認められる。

4　あとがき

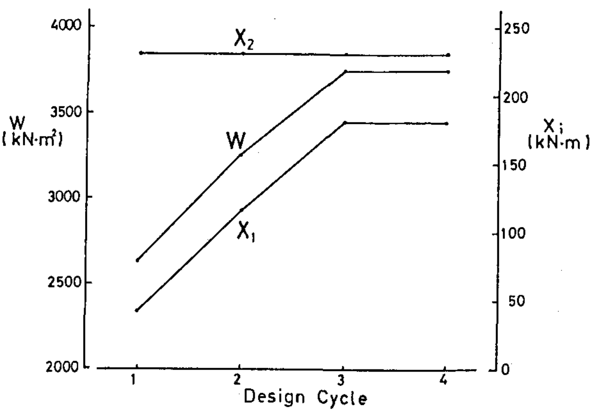
本設計法は，先の繰り返し最適塑性設計法[2]を信頼性設計に拡張したもので，逐次制約が付加される最適信頼性設計と極限解析の繰り返しによる設計法である。本研究で提示した設計手法によって，最適信頼性設計を大規模構造物に容易に適用することができる。　しかしながら，確率論的に最もクリティカルなモードの判定に確定論的極限解析を用いているため，荷重・強度の条件によっては局所的最適解を得る場合があり，今後はこの問題について検討する必要がある。



図－１　１層１スパンラーメン



図－２　アクティブな崩壊モード



図－３　解の収束状況

参考文献 1)Frangopol, D. M.; Alternative Solutions in Reliability-Based Optimum Design, Proc. of the 5th ASCE-EMD Speciality Conference, Univ. of Wyoming, pp.1232～1236, 1984.8.　2)Ishikawa, N.; Iterative Optimal Plastic Design of Steel Frames, Proc. of JSCE, No.237, pp.109～119, 1975.5.