

東京大学 学生員 坂本 敏幸 東京大学 正員 長谷川彰夫
 東京大学 学生員 増岡 宏昭 関東学院大学 正員 佐藤 尚次

1 まえがき 最近耐震設計の分野で2段階の設計荷重による設計が提案、実行されつつある。これは、設計荷重を P_1 、 P_2 ($P_1 < P_2$) とすると、 P_1 に対しては構造物の弾性限界を考え、 P_2 に対しては最終崩壊を念頭に、塑性限界を許容しようとする考え方である。この結果構造物を合理的、最適に設計しようとする際、弾性限界荷重と塑性限界荷重の間に差を生じさせることを意図することになる。2段階の設計荷重を考えることを前提に最小重量設計の立場からの弾性設計と塑性設計との両者を考慮した最適設計については、すでに興味ある結果がある¹⁾。ここでは重量一定のもとでの最大可能耐荷能力について、最大荷重設計の立場で弾性最適設計と塑性最適設計を試み、両者の弾性限界荷重と塑性限界荷重を求め、その結果について検討を加える。

2 3-Bar Truss の例 軸力を受ける構造の例として、Fig. 1 に示す方向の外力を受ける簡単な 3-Bar Truss を考える。3本の部材の断面積を全て等しく A としたときの総体積 $V = (2\sqrt{2}+1)AL$ は一定のもとで、断面積の配分を変化させたときの弾性最適設計と塑性最適設計の結果を Fig. 2 に示す。弾性最適設計では最大弾性限界荷重 P_{yopt} を与える部材の配分を求めて、その際の塑性限界荷重 P_u を求め、塑性最大設計では、最大塑性限界荷重 P_{uopt} を与える部材の配分を求めて、その際の弾性限界荷重 P_y も求めた。3本の部材断面積 A_1 、 A_2 、 A_3 を自由に選び得る条件下では弾性、塑性最適設計の如何にかかわらず A_1 部材に全ての断面積を与えたとき最適解が得られ、 $P_{uopt} = P_y = P_{yopt} = P_u$ となる。このことは一般構造物の場合でも、断面配分設計の自由度が無限であるとき、弾性、塑性最適設計の区別が不要となり、両者が一致することを意味する。しかし、一般構造物では、荷重方向の変化の可能性に加え、種々の実制的制約から、断面配分設計の自由度が無限ということはいえなない。そこで、この 3-Bar Truss において、例として $A_1 = A_3$ の制約を与え、 A_1 、 A_2 の自由度のもとで、弾性塑性最適設計を行なった結果を同図に示す。断面配分自由度が無限の場合と異なり、この場合は (P_{yopt}, P_u) 、 (P_y, P_{uopt}) のそれぞれが異なった値を与える。ここに弾性最適設計と塑性最適設計の相違を示す尺度として

$\gamma = P_{uopt}/P_{yopt}$ $\phi = P_{uopt}/P_u$
 を定義する。 γ は、塑性最適設計荷重と弾性最適設計荷重の比、 ϕ は塑性最適荷重と弾性最適解での塑性限界荷重の比を示し、この 3-Bar Truss の例では $\gamma = 1.243$ 、 $\phi = 1.155$ となる。このように断面配分自由度に制約があるときにのみ、弾性塑性最適設計の結果に相違が表われ、塑性最適設計の役割が意味を持つことに注意しなければならない。

3 連続梁構造の例 曲げを受ける構造の簡単な例として正方形充実断面の連続梁を考える。こ

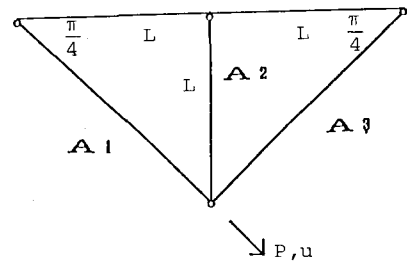


Fig.1 3-Bar Truss

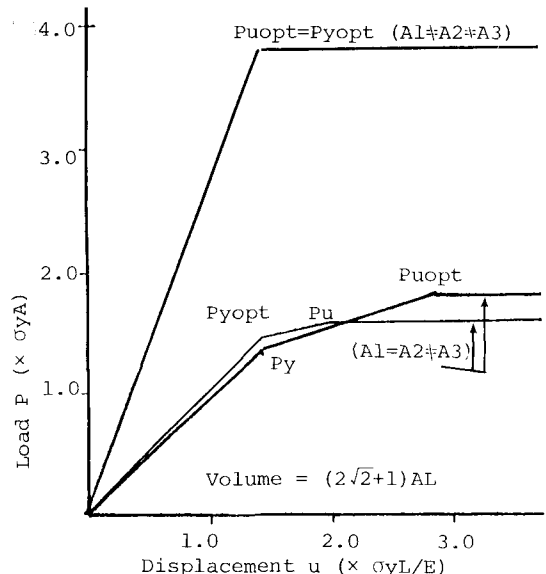


Fig.2 Optimization of 3-Bar Truss

ここでは、断面配分の自由度の多少による影響を検討するための Fig 3 に示す外力を受ける 2 径間連続梁、及び不静定次数の多少による影響を検討するための Fig 4 に示す多径間連続梁を計算の対象とした。前者の 2 径間連続梁では、部材分割要素のそれぞれの断面積を変数としたうえで、分割数を増加させたときの弾性塑性最適解を求めた。その結果を 3-Bar Truss の例で定義した量を用いて Table 1 に示す。後者の多径間連続梁では、1 スパン 2 分割という制約のもとで、スパン数を変化させ、それぞれの分割要素の断面積を独立変数として弾性、塑性最適解を求めた。その結果を Table 2 に示す。Table 1 の結果によれば、分割数を増やす、いいかえれば、断面配分の自由度を増やすことにより、 $\gamma = P_{uopt}/P_{yopt}$ は 1.5 に、 $\phi = P_{uopt}/P_u$ は 1.0 に収束することがわかる。 $\gamma = 1.5$ は正方形充実断面の形状係数に一致し、この例では断面最適化を考えていないので問題にする必要がない。一方、 $\phi = 1.0$ は弾性、塑性最適解の両者が一致することを意味し 3-Bar Truss の 3 部材独立の場合の結果に相当する。Table 2 の結果によれば、スパンの数が増加、いいかえれば、不静定次数が増加するに従い γ 、 ϕ ともに値が減少するものの、Table 1 の結果と異なり、 $\gamma = 1.5$ 、 $\phi = 1.0$ には収束しない。このことは断面配分の自由度に制約がある限り、不静定次数が増えても弾性、塑性最適設計の結果に相違が残ることを示し、塑性最適設計の役割を示唆する。

4 考察 以上の簡単な例から得られた特性を検討する。一般に構造物の断面配分の自由度が高いとき、弾性塑性最適設計の差異は小さくなるが不静定次数が増えても、その差異は残る。橋梁は不静定次数が低く、長スパンが多い関係で断面配分の自由度の高い代表的な構造で、両最適設計の相違は顕著に表われないと考えてよい。一方建築物は不静定次数が高く、短スパンが多い関係で断面配分の自由度の低い代表的な構造で、両最適設計の相違が表われると考えられる。ここに示した数値計算例の範囲では、断面配分の制約がある場合でも、塑性最適設計の有用性を示す ϕ が 1.0 を大きく上回ることがないことは注意すべきであろう。塑性最適設計を行なった場合の塑性弾性限界荷重の比 P_{uopt}/P_y は弾性最適設計の場合の同様の比 P_u/P_{yopt} よりも一般にかなり大きくなることも注意されてよい。実務設計では陽に採用するしないを問わず、経験のなかで最適化の配慮が行なわれていると言ってよい。2 段階の設計荷重を設定する必要性の是非については、設定荷重の実現頻度や構造物の限界性能のみならず、ここで検討したような構造形態の持つ特質に関する最適特性について十分配慮する必要がある。この検討が不十分な場合、たとえ、形式的に 2 段階荷重を設定しても、現実の設計では、必ずどちらかが一方の荷重のみが支配し、設計手順のみをいたずらに複雑化させる弊害を招きかねない。

5 まとめ 重量一定の条件のもとでの構造物の最大耐荷能力を、弾性最適設計と塑性最適設計の 2 つの立場から求めた。3-Bar Truss と連続梁構造について数値計算を実施し、両最適設計から得られる特性を検討した。この特性は、断面配分の設計自由度や不静定次数の多少に強く関係するため、両最適設計の役割は自ら、対象とする橋梁や建築物などの構造形態の持つ特質に大きく依存する。関連して 2 段階設計荷重の設定の是非に関して注意を喚起した。

参考文献 1) Ishikawa N. et al.: Optimal Design of Skeletal Structures under Elastic and Plastic Design Criteria, Proc. JSCE Struct. Eng./Earthq. Eng., Vol. 1 No. 2 Oct. 1984 pp. 211S-218S

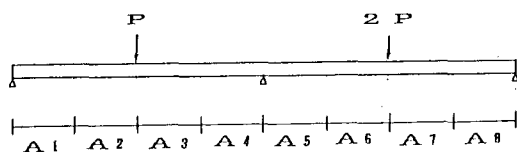


Fig.3 2-span beam of 8 elements

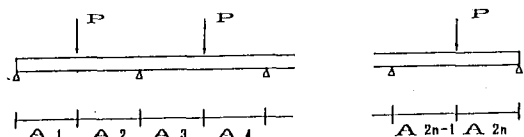


Fig.4 n-span continuous beam of 2n elements

Table 1 Optimization of 2-span beam

elements	P_{uopt}	P_y	P_{yopt}	P_u	γ	ϕ
2	375.7	179.9	225.8	339.0	1.668	1.108
4	406.6	262.9	264.9	401.7	1.535	1.012
8	530.5	349.2	352.5	528.7	1.505	1.003
16	629.3	417.2	418.6	627.9	1.503	1.002

Table 2 Optimization of a continuous beam

spans	P_{uopt}	P_y	P_{yopt}	P_u	γ	ϕ
2	636.4	377.1	379.6	586.0	1.677	1.086
3	640.0	390.2	396.4	609.7	1.616	1.050
4	679.9	427.9	429.0	647.5	1.585	1.050
5	742.6	472.4	473.1	709.7	1.570	1.046