

広島工業大学工学部 正会員 ○ 中山隆弘
大阪大学工学部 正会員 小松定夫

1. まえがき 着者は、一昨年と昨年の本講演会において、Complex Demodulation法(以下ではCD法と略記する)を利用した地震動の非定常スペクトル解析法と非定常スペクトル応答解析法を提示し、数値計算結果に基づいてその有効性を示した。^{1), 2)} それらの成果は地震動の作用と受ける構造物の使用性や安全性の評価に活用できるものと考えているが、そのためには解決しなければならない問題も多い。中でも入力地震動の確率特性および使用性などの限界すなわち閾値の決定は非常に重要な課題である。しかし本研究ではとりあえずこれらの問題は対象外とし、特定の地震動の解析によって得られた非定常スペクトルを確率過程で与えられる地震動の非定常スペクトルとみなし、さらに上述の閾値についても適当な確率特性を与えられるものとする。そして非定常スペクトルの性状や閾値の確率特性あるいは構造物の振動特性と構造物の応答量が閾値を超過する確率との関係と定量的に検討し、設計用地震動のモデル化の工学的意義などを信頼性工学的な観点から考察してゆくことを研究の主目的とする。ここでは解析方法の概略と現時点までに得られた若干の計算結果について報告する。

2. 非定常スペクトル応答解析 前報²⁾でも述べたように、地震動 $x(t)$ が時間的にゆるやかに変化する変調関数 $A(t, \omega)$ を用いて表わされる非定常不規則過程であるとすれば、

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(t, \omega) e^{i\omega t} dX(\omega) \quad (1)$$

と記述できる。さらにその種の地震動を受ける振動系の応答 $y(t)$ もまたゆるやかに変化する変調関数 $G(t, \omega)$ によって

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(t, \omega) e^{i\omega t} dY(\omega) \quad (2)$$

と表せるものとする。すなわち、 $x(t)$ の非定常スペクトル $f_x(t, \omega)$ と $A(t, \omega)$ を何らかの方法で求めることによって、応答の非定常スペクトル $f_y(t, \omega)$ が次式により得られる。³⁾

$$f_y(t, \omega) = f_x(t, \omega) \frac{|H(\omega)|^2 |G(t, \omega)|^2}{|A(t, \omega)|^2} \quad (3)$$

式中

$$G(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) A(t-\tau, \omega) \frac{e^{-i\omega\tau} d\tau}{H(\omega)} \quad (4)$$

$H(\omega)$: 周波数応答関数

$h(\tau)$: 単位衝撃応答関数

また応答速度 $\dot{y}(t)$ の非定常スペクトル $f_{\dot{y}}(t, \omega)$ は

$$f_{\dot{y}}(t, \omega) = f_x(t, \omega) \frac{|H(\omega)|^2 |Q(t, \omega)|^2}{|A(t, \omega)|^2} \quad (5)$$

式中

$$Q(t, \omega) = \frac{\partial G(t, \omega)}{\partial t} + i\omega G(t, \omega) \quad (6)$$

さらに $y(t)$ と $\dot{y}(t)$ の非定常相互スペクトル $f_{y\dot{y}}(t, \omega)$ は

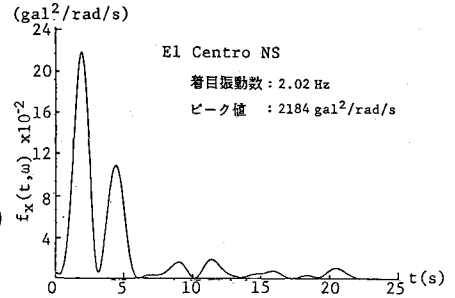


図-1 入力地震動の非定常スペクトル

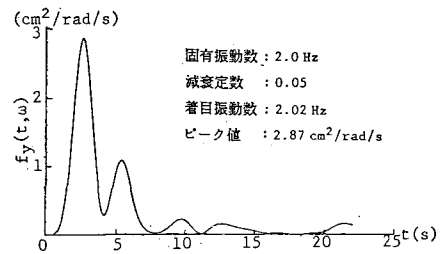


図-2 スペクトル応答解析による変位応答の非定常スペクトル

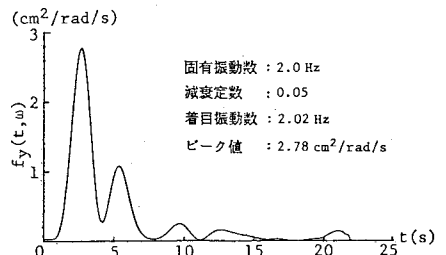


図-3 時系列応答解析による変位応答の非定常スペクトル

$$f_{yij}(t, \omega) = f_z(t, \omega) \frac{|H(\omega)|^2 R_0 [A(t, \omega) Q^*(t, \omega)]}{|A(t, \omega)|^2} \dots\dots (7)$$

式(3)、式(5) および式(7)の各式を ω に關し $(-\infty, \infty)$ の領域で積分することによって、それぞれ変位応答、速度応答の分散 $\sigma_y^2(t)$ 、 $\sigma_{\dot{y}}^2(t)$ および変位応答と速度応答の共分散 $\sigma_{y\dot{y}}(t)$ を求めることができる。

3. 初通過確率 本研究では文献(4)で示した算定式により、ある限定時間 t_d に渡って地震動を受ける振動系が、確率量で与えられる閾値を超過する確率を近似的に計算した。例えば閾値 S が平均値 $\bar{S}$ 、変動係数 δ_S の正規分布に従う場合、応答が閾値を単位時間当りに正の勾配で超過する回数の期待値 $\mu_y^+(t)$ は

$$\mu_y^+(t) = \frac{\sigma_y(t)}{2\pi\sigma_y(t)} \left[\frac{1 - P_{yy}(t)}{\mu(t)} \exp \left\{ -\frac{\bar{m}^2(t)}{2\mu^2(t)} \right\} + \frac{P_{y\dot{y}}(t)}{\sqrt{2\pi} \bar{m}(t) \delta_S} \right. \\ \left. \int_{-\infty}^{\infty} z \exp \left\{ -\frac{(1 + \bar{m}^2(t) \delta_S^2) z^2 - 2\bar{m}(t) z + \bar{m}^2(t)}{2\bar{m}^2(t) \delta_S^2} \right\} \text{Erf} \left(-\frac{P_{y\dot{y}}(t) z}{\sqrt{2(1 - P_{yy}(t))}} \right) dz \right] \dots\dots (8)$$

$$P_{yy}(t) = \sigma_y^2(t) / \{\sigma_y(t) \sigma_{\dot{y}}(t)\}, \mu(t) = \sqrt{1 - P_{yy}(t) + \bar{m}^2(t)},$$

$$\bar{m}(t) = \bar{S} / \sigma_y(t), \text{Erf}(u) = \int_u^{\infty} \exp(-v^2) dv.$$

また、応答が閾値を超過する現象が稀であり、さらに正と負の閾値の存在を考えた場合には、初通過確率 $P_T(t_d)$ は近似的に次式で算定できる。

$$P_T(t_d) = 1 - P_T(0) \exp \left\{ -2 \int_0^{t_d} \mu_y^+(t) dt \right\} \dots\dots (9)$$

式中

$$P_T(0) = \text{Prob} [|y(0)| < S].$$

4. 数値計算例 地震動としてエル・セントロ地震波のNS成分を使用し、固有振動数2Hz、減衰定数0.05の1自由度振動系を解析の対象とした。文献(1)の解析法に基づいて得られた地震動の非定常スペクトルの一部を図-1に示す。また2.の方法に従って計算した変位応答の非定常スペクトルを図-2に、時系列解析で求めた応答変位の非定常スペクトル解析結果を図-3に示す。スペクトルのピーク値に約3%の差があるが、ほとんど両解析結果は一致していることがわかる。図-4~図-6はそれぞれ図-1

に示したような非定常スペクトルの特性を有する地震動の母集団が存在すると仮定して得られた $\sigma_y^2(t)$ 、 $\sigma_{\dot{y}}^2(t)$ 、 $P_{yy}(t)$ の時間的な変化を示したものである。閾値の平均値と $\sigma_y(t)$ の最大値 $\sigma_{y, \max}$ との比で定義した $\bar{m}^*$ と式(8)と式(9)により求めた振動系の初通過確率との関係を、閾値の変動係数をパラメータにして図-7に示す。閾値の変動係数が初通過確率に与える影響は、 $\bar{m}^*$ が大きくなるにしたがって強くなることが図より理解できる。

- <参考文献> 1) 藤原・小松・中山：第38回土木学会年次講演会概要集，第1部 pp. 843~844，1983年9月
2) 角田・小松・中山：第39回土木学会年次講演会概要集，第1部 pp. 721~722，1984年10月
3) S. Masarobu : Proc. ASCE, Vol. 96, EM4, pp. 5443~5445, Aug. 1970.
4) 小松・中山：土木学会論文報告集，第278号，pp. 25~28，1978年10月

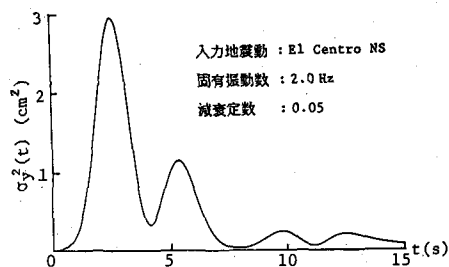


図-4 変位応答の分散の時間的変化

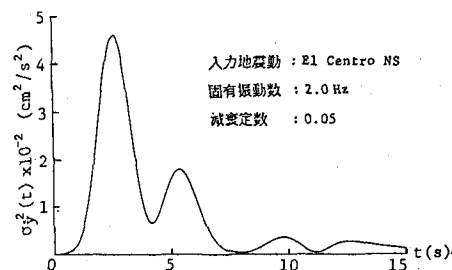


図-5 速度応答の分散の時間的変化

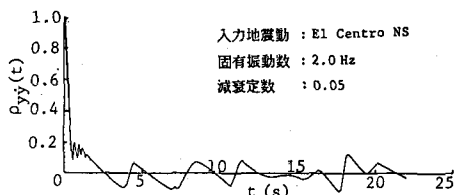


図-6 相関係数の時間的変化

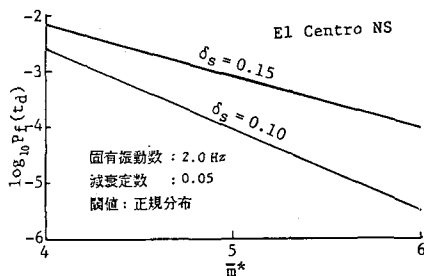


図-7 初通過確率