

岐阜市役所 正 員 玉井 健治
名古屋工業大学 正 員 長谷部宣男

1. まえがき 一直線の初期クラックを有する無限板が、任意方向からの一様熱流を受ける場合、その初期クラックの一端から発生する屈折クラックの発生方向および進展経路を求め、考察を行なう。屈折クラック発生方向に関する *criterion* として、 $\sigma_{\theta \max}$, $\sigma_{pri \max}$, S_{min} , $K_I \max$, $K_{II} = 0$, $\bar{G} \max$ を用いる。屈折クラックの解析結果(1)に基づき、上記の *criterion* を用いて屈折クラック発生方向を求める。進展経路は、 S_{min} , $\bar{G} \max$ *criterion* を用いる。また、参考として、求められた屈折クラック発生方向からでている最小主応力線を示す。

2. *criterion* の説明

(1) S_{min} *criterion*; Sih の提案した *criterion* である。(文献 2 参照) *strain density factor* $S(=Y \frac{dW}{dV})$ が最小の方向に屈折クラックが発生するとするものである。 $\frac{dW}{dV}$ は単位体積あたりのひずみエネルギーであり、二次元問題では *MODE I*, *MODE II* の応力拡大係数 K_I , K_{II} , クラック前面からの動径 r , 偏角 θ , ポアソン比 ν , せん断弾性率 G の関数である。

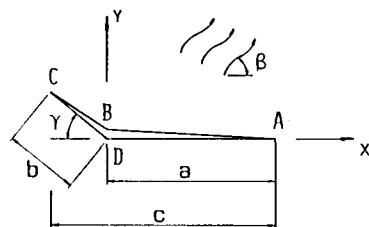


Fig.1 Infinite Region
with a Kinked Crack
under Uniform Heat Flow

(2) $\sigma_{\theta \max}$ *criterion*; 屈折クラック発生前の応力場において、クラック先端近傍の周方向応力 σ_{θ} が引っ張りで最大の方向と直角方向にクラックが発生するとするものである。二次元問題において、 $\sigma_{\theta \max}$ の数学的条件は次式となる。

$$K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1) = 0 \quad (1)$$

$$K_I \cos(3\theta/2) - 3K_{II} \sin(3\theta/2) + \sin(\theta/2) \{ K_I \sin(\theta/2) \cos(\theta/2) + K_{II} (3 \cos^2(\theta/2) - 1) \} > 0 \quad (2)$$

(3) $\sigma_{pri \max}$ *criterion*; 屈折クラック発生前の応力場において、クラック先端近傍の主応力 σ_{pri} が引っ張りで最大の方向と直角方向にクラックが発生するとするものである。

(4) $K_I \max$ *criterion*; 発生した屈折クラック長が無限小の場合の K_I 値(これを $\bar{K}_I$ とおく)が最大の方向にクラックが発生するとするものである。

(5) $K_{II} = 0$ *criterion*; 発生した屈折クラック長が無限小の場合の K_{II} 値(これを $\bar{K}_{II}$ とおく)が零の方向にクラックが発生するとするものである。

(6) $\bar{G} \max$ *criterion*; $\bar{K}_I$, $\bar{K}_{II}$ を用いて次式で表わされるエネルギー解放率 $\bar{G}$ が最大の方向に発生するとするものである。

$$\bar{G} = \frac{(\kappa + 1)}{8G} (K_I^2 + K_{II}^2) \quad (3)$$

ここで、 κ は平面応力状態で $(3-\nu)/(1+\nu)$, 平面ひずみ状態で $(3-4\nu)$ である。

3. 屈折クラック発生方向 荷重条件として任意方向からの一様熱流を考える。Fig. 1 に示す熱流を正とし、熱流の方向は X 軸の正方向と反時計向きになす角を正とし、 β で表わす。また、屈折クラック BCD が X 軸と時計方向になす角を正とし、 γ で表わす。任意方向からの熱流は、 $\beta = 0^\circ$ と 90° の重ね合わせにより表わせる。最初に、屈折クラックの解析結果(1)に基づいて $\bar{K}_I$, $\bar{K}_{II}$ を求める。屈折クラック長さ $a = 0.001 \sim 0.02$ の場合の K_I , K_{II} 値から、有効数字 3 桁程度で $\bar{K}_I$, $\bar{K}_{II}$ を外挿した。その結果、 $\beta = 0^\circ$ の場合には任意の屈折角 γ に対して $\bar{K}_I = 0$, $\bar{K}_{II} = 0$, $\beta = 90^\circ$ の場合にはある有限値を有する。また、 $\beta = 0^\circ$ の場合には $K_I = 0$, $K_{II} = 0$ である。したがって、任意方向からの熱流を受ける場合の屈折クラック発生方向は $\beta = 90^\circ$ の場合の解析結果を用いて行なえば十分であ

る。以下、 $\beta=90^\circ$ の場合で各 *criterion* に従って行なった屈折クラック発生方向の予測の結果を述べる。初期クラックにおいては $K_I=0, K_{II}=\pm 0.5$ である。*Smin criterion* によれば、求めたい屈折クラック発生方向は ψ の影響を受ける。いくつかの ψ に対する屈折クラック発生方向 δ を Table 1 に示す。*Ob max criterion* では、式(1), (2)より $\delta=70.5^\circ$ 方向である。*Opri max criterion* によれば、屈折クラック発生前の応力計算より $\delta=90^\circ$ 方向である。 $K_I \max, K_{II}=0, \bar{G} \max$ *criterion* の予測は、次式のように $\bar{K}_I, \bar{K}_{II}$ を無次元化した $\bar{F}_I, \bar{F}_{II}$ を用いる。

Table 1. Angle of Crack Occurrence Investigated by *Smin* Criterion for Some Poisson's Ratios

ν	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
Plane Strain γ	70.5	74.5	78.5	82.3	86.2	90.0
Plane Stress γ	70.5	74.2	77.2	79.7	81.8	83.6

$$\bar{F}_I + i\bar{F}_{II} = \frac{k}{G\alpha R} \cdot \frac{\bar{K}_I + i\bar{K}_{II}}{\sqrt{\pi(\psi/2)}} \quad (4)$$

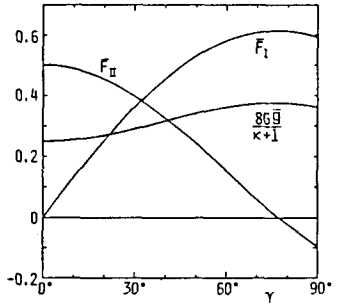


Fig. 2 $\bar{F}_I, \bar{F}_{II}$ and Energy Release Rate under Uniform Heat Flow

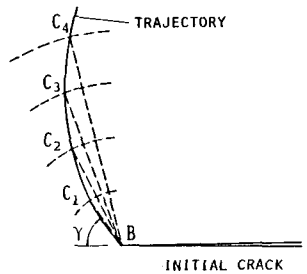


Fig. 3 Model of a Kinked Crack instead of a Curve Crack

k は熱伝導率, g は単位面積あたりの面素を通して単位時間当りに流出する熱量, C はクラック全体の X 軸への正射影長であり, α は線膨張係数, R は平面応力状態で $(1+\nu)$, 平面ひずみ状態で $(1+\nu)/(1-\nu)$ である。また, $\bar{F}_I, \bar{F}_{II}$ を用いて表わす G を $\bar{G}$ とする。 $\delta=0^\circ \sim 90^\circ$ における $\bar{F}_I, \bar{F}_{II}, \bar{G}$ の値を Fig. 2 に示す。Fig. 2 より, $K_I \max, K_{II}=0, \bar{G} \max$ *criterion* によれば屈折クラック発生方向は, それぞれ $\delta=76^\circ, 77.1^\circ \sim 77.2^\circ, 75^\circ$ あたりであった。

4. 屈折クラック進展経路 熱流の方向が $\beta=90^\circ$ の場合で, 最初の屈折クラック発生方向を $\delta=77^\circ$ として屈折クラックがどの方向に進むのかの 1, 2 のモデル計算を行なう。*criterion* として, *Smin, Gmax* を用いる。*Smin, Gmax criterion* に基づくシミュレーションは, Fig. 3 に示すように実線の曲線クラックを破線で示す屈折クラックでおきかえて, *Smin, Gmax* を評価した。 S には, 最初の屈折クラック発生方向が $\delta=77^\circ$ になるようにポアソン比として平面ひずみ状態, 平面応力状態でそれぞれ $\nu=0.163, 0.194$ を用いる。 $Gmax$ では, B 点から $0.0/a$ ほどの同心円において δ をパラメーターとして各同心円での $Gmax$ なる点を求め, 各点を結んで進展経路を求めた。 $Gmax, Smin criterion$ による結果を, Fig. 4 の実線, 破線で示した。 $\delta=77^\circ$ 方向の最小主応力線も一点鎖線で示した。

5. まとめ 屈折クラック発生方向については, 屈折クラック発生後の応力場に基づく *criterion* による結果はほぼ同じであった。*Gdoutos* (3) は最大応力説に矛盾があることを指摘しているが, *Ob max criterion* による結果とクラック発生後の *criterion* による結果とはそれほど大きな違いは見られなかった。また, *Smin criterion* がポアソン比に依存する以外, 他の *criterion* は G, ν, k, α に依存しない。 $K_I=0$ の場合, *Ob max criterion* による結果と *Smin criterion* の $\nu=0$ の場合のそれとは理論的に一致する。屈折クラック進展経路については, *Smin criterion* による経路は結果的に見て $\delta=77^\circ$ 方向に直線的である。したがって, シミュレーションに用いた計算モデルは比較的正確に S を評価していると思われる。 $\delta=77^\circ$ 方向の最小主応力線は, *Opri max criterion* に従い, かつ, クラック進展による応力再配分を考慮しないような場合の進展経路に相当すると思われる。

参考文献 (1) 玉井, 長谷部, 第34回応用力学連合講演会講演論文抄録集, PP. 191~192, 1984

(2) *Gdoutos, E. E., Problems of Mixed Mode Crack Propagation, Mijhoff Publishers, PP. 11~13, 1984*

(3) *Ibid., P. 2*

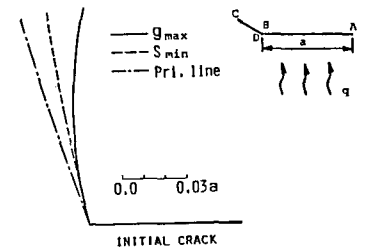


Fig. 4 Trajectory due to $G_{\max}, S_{\min}$ and $Opri \max$ Criterion