

○ 豊田高専 正会員 桜井 孝昌
 東京大学 正会員 西野 文雄

1. はじめに

大きく変形する板厚の薄いツェルは、一般に複雑な変形をする。有限要素法を用いて、構造全体を対象として、これらを解析する場合は、かなり多くの要素分割数が必要である。これに対して、構造全体の変形が一定の領域ごとに同じ形状を示す場合は、対称条件を用いて構造物の一部分を解析することにより、構造全体に対する解が求まる。

一般に、有限要素法の定式化において、局所座標系によって定式化された要素剛性方程式は、構造全体で共通の座標系に変換することにより、全体剛性方程式を定式化する場合が多い。この式を用いて対称性を考慮して解析領域を選ぶ場合、境界線上で対称条件を与える必要上、選ぶ領域が限定される。

本報告では、変換マトリックスを節点ごとに任意に選ぶことにより、任意の境界線上で対称条件が与えられるようにすることにより、対称条件をより有効に利用する方法を示し、計算例として、軸圧縮力を受ける円筒ツェルの有限変位解析の結果を示す。

2. 解析方法

曲面を三角形の板要素に分割し、図-1に示す剛体変位後の座標系 $\hat{u}_i$ ($i=1,2,3$)に基づいて定式化した要素剛性方程式を、

$$F_E = K_E \Delta y_E + F_{0E} \quad (1)$$

と表わす¹⁾。ここに、 F_E 、 F_{0E} はそれぞれ節点および節点の変位および回転量を置換した付加外カベクトルである。 K_E は $\hat{u}_i$ 座標系に関する要素剛性マトリックスで、弾性剛性マトリックスと幾何剛性マトリックスの和で表わされる。 Δy_E は変形後の節点の位置とその曲面の方向を基準として、そこからの変形量を表わす。

図-1における座標ベクトル $\hat{u}_i$ から、変形後の節点 a 、 b 、 c において任意に選んだベクトル $\hat{u}_{ai}$ 、 $\hat{u}_{bi}$ 、 $\hat{u}_{ci}$ ($i=1,2,3$)への変換関係は、
 $\hat{u}_{ai} = t_a \hat{u}_i$ 、 $\hat{u}_{bi} = t_b \hat{u}_i$ 、 $\hat{u}_{ci} = t_c \hat{u}_i$ (2a-c)

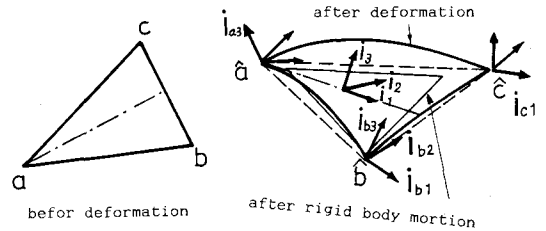


図-1 板要素とその座標系

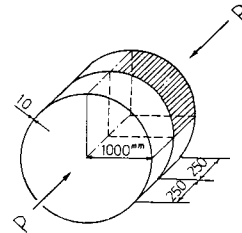


図-2 円筒ツェルの諸元

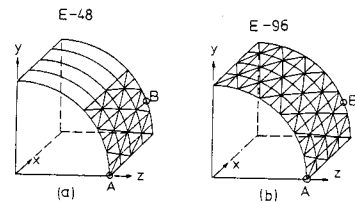


図-3 要素分割状態

と表わされる。ここに、 t_a 、 t_b 、 t_c は座標変換マトリックスを表わす。式(1)を座標系 $\hat{u}_{ai}$ 、 $\hat{u}_{bi}$ 、 $\hat{u}_{ci}$ に変換する座標変換マトリックス T_E は、

$$T_E = \begin{bmatrix} t_a & 0 & 0 \\ t_b & t_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

と表わされる。式(3)を用いて式(1)を変換し、 Δy_E と節点における共通の変数として重ね合わせることににより、節点ごとに選ばれた座標系に基づく全体剛性方程式が、式(1)と同じ形式で得られる。

全体剛性方程式を逐次代入法で解き、 Δy_E が零に収束するとき、解が得られる¹⁾。

3. 数値計算例および考察

解析の対象とした円筒を図-2に示す。半径と板厚の比は100である。解析は円筒の両端を単純支持とし、対称性を考慮して、図に示すように円筒の1/8および1/16領域について解き、それぞれの場合の解を比較した。図-3(a), (b)に、1/16領域と1/8領域で要素数Eがそれぞれ48および96の場合の分割状態を示す。

図-4は要素数Eと解析領域の相違による解を比較したものである。図の縦座標は軸圧縮力Pと円筒シェルの古典理論による座屈荷重 P_{cl} で割った値をとり、横座標は図-3の点AのZ方向変位を板厚で割った値をとった。古典理論による座屈荷重 P_{cl} は

$$P_{cl} = 2\pi t^2 E / \sqrt{3(1-\nu^2)} \quad (4)$$

と表わされる。ここに、E, ν , tはそれぞれヤング係数、ポアソン比および板厚を表わし、 ν は0.3とした。1/8領域でE=24の場合は座屈後の解が収束しない。それ以外の場合は図に示すように解が求まり、1/16領域でE=48の場合の座屈荷重と1/8領域でE=96の場合のそれとの差はわずか1%である。

図-5に1/16領域でE=48と1/8領域でE=96のつりあい経路を、横軸に図-3の点BのZ方向変位をtで割った値をとって示す。図-6に、図-5に示す座屈点Iにおける曲面の変形形状を示す。

図-5に示した両者の解析結果はほぼ同じである。これは図-6に示すように、円筒の変形形状が断面の1/4円周上で2波長の周期であるため、1/8領域の解に対して、1/16領域で要素数を半分にした場合と同じ解が得られるためである。

対称条件が既知の場合には部分領域を解析することにより構造全体に関する解を得る手法は広く用いられているが、有限要素法においては、この手法をもっと拡大して用いることにより、分割数を減少させ、しかも有効な解を得ることができると考えられる。

参考文献

- 1) 梶井孝昌・西野文雄 「シェル構造物の有限変位解析に関する一数值解析」 第39回土木学会年次学術講演会概要集 I-96, 1984. 10

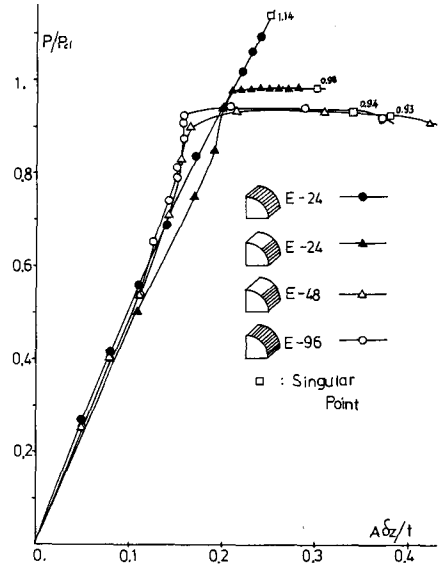


図-4 軸圧縮力と面外変形の関係

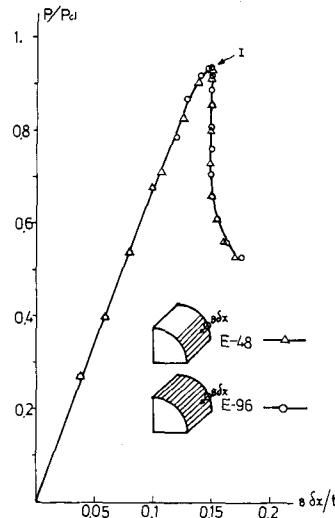


図-5 軸圧縮力と面外変形の関係

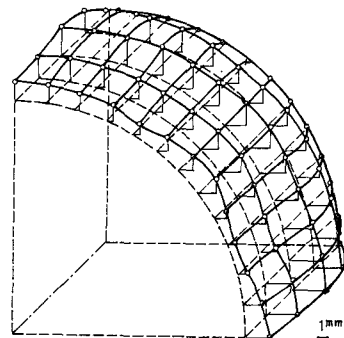


図-6 座屈点における円筒の変形