

関西大学工学部 正会員 三上 市藏  
 関西大学大学院 学生員 ○三浦 泰夫  
 関西大学大学院 学生員 田中 克弘  
 関西大学大学院 学生員 藤井 泰彦

1. まえがき 著者らは、先に、Dynamic Relaxation Method (D.R.M.)<sup>1)</sup>を用いて円筒パネルの弾性有限変位解析<sup>2)</sup>を行い、また、柱の弾塑性解析<sup>3)</sup>を行った。後者の場合、塑性域において、各断面について軸方向の釣合を満足する応力分布を決定するため、ひずみ分布の調整を行わなければならない、2重の繰り返し計算が必要となる。そこで、D.R.M.が、動的釣合式を対象とすることに着目し、横振動の運動方程式のほかに、軸方向の運動方程式をも考慮に入れる。この方法によれば、釣合方程式を満足する応力分布は時間に関する繰り返し計算のみにより定まる。以下、この方法について説明する。

2. 基礎方程式 図-1 (a) に示すような初期曲りを有し、図-1 (b) に示すような断面と残留応力分布を持つ完全弾塑性材料から成る圧縮柱を解析する。D.R.M.では、静的釣合式に慣性項と減衰項を付加するので、次式が得られる。

$$m\dot{u}_{,t} + k_u\dot{u} = N_{,x} \quad (1)$$

$$m\dot{w}_{,t} + k_w\dot{w} = M_{,xx} + N(w + w_0)_{,xx} \quad (2)$$

ここで、M：曲げモーメント(kgf・cm)、N：軸力(kgf;引張り正)、u：図心のx軸方向の変位(cm)、w：図心の付加たわみ(cm)、w<sub>0</sub>：図心の初期たわみ(cm)、m：線密度(kgf・s<sup>2</sup>/cm<sup>4</sup>)、k<sub>u</sub>、k<sub>w</sub>：減衰係数(kgf・s/cm<sup>2</sup>)である。

また、変位速度 $\dot{u}$ 、 $\dot{w}$ は、変位u、wと次式のような関係がある。

$$\dot{u} = u_{,t}, \quad \dot{w} = w_{,t} \quad (3)$$

図心軸からzだけ離れた点のひずみεと変位u、wの関係は次のようになる。

$$\epsilon = u_{,x} - zw_{,xx} \quad (4)$$

よって同じ点の応力σは次式により算定される。

$$\sigma = E\epsilon + \sigma_{re} \quad (5)$$

ここで、σ<sub>re</sub>：残留応力(kgf/cm<sup>2</sup>)、E：ヤング率(kgf/cm<sup>2</sup>)である。降伏の判定は次式で行う。

$$\left. \begin{aligned} |\sigma| < \sigma_y &: \sigma = \sigma \\ |\sigma| \geq \sigma_y &: \sigma = \pm\sigma_y \end{aligned} \right\} (6)$$

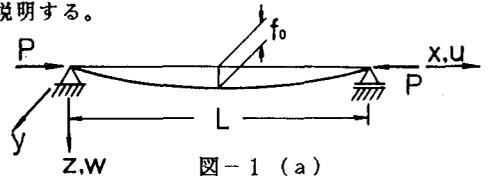


図-1 (a)

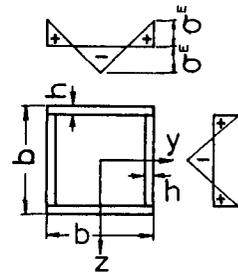


図-1 (b)

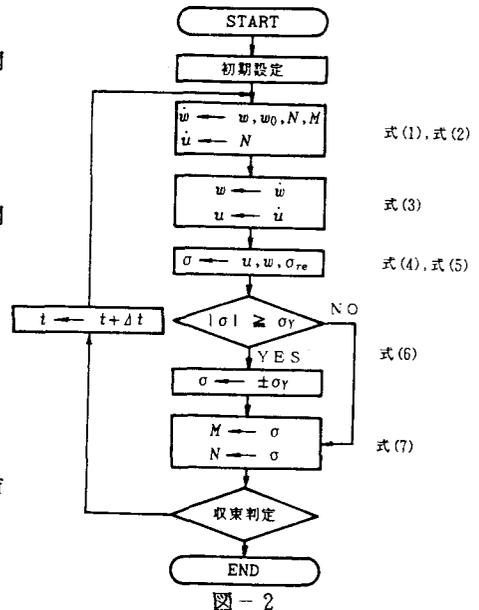


図-2

ただし、 $\sigma_Y$  : 降伏応力(kgf/cm<sup>2</sup>)である。

軸力Nと曲げモーメントMは、次式から算定される。

$$N = \int_A \sigma \, dA \quad , \quad M = \int_A z \sigma \, dA \quad (7)$$

ここに、Aは断面積(cm<sup>2</sup>)である。また、境界条件は、 $x=0$ で、 $M=u=w=0$ であり $x=L$ で、 $M=w=0$ 、 $N=-P$ である。解析モデルをx軸方向に $n_x$ 分割し、式(1)および式(2)を差分表示する。断面については、上下フランジをy軸方向に $n_{yu}$ 、 $n_{yl}$ 、z軸方向に $n_{zu}$ 、 $n_{zl}$ に分割し、ウェブをz軸方向に $n_{zw}$ 分割する。また時間についても間隔 $\Delta t$ で式(1)、式(2)の左辺を前進差分、式(3)の右辺を後退差分で表示する。

解析手順は、図-2のようである。このようにして時間に関して繰り返し計算を行えば、式(1)と式(2)は最終的に静的釣合状態に到達するので、各断面におけるひずみ分布の調整を行う必要がない。

4. 数値計算例  $h=1\text{cm}$ ,  $b=100\text{cm}$ ,  $L=3000\text{cm}$ , の柱について $n_x=24$ ,  $n_{yu}=n_{yl}=12$ ,  $n_{zu}=n_{zl}=3$ ,  $n_{zw}=12$ で、計算を行った。ただし、初期たわみは、 $w_0 = f_0 \cdot \sin(\pi x / L)$ ,  $f_0 = L/1000$ とし、初期条件は、 $N=-P$ ,  $u=-Px/E A$ ,  $\dot{u}=\dot{w}=w=M=0$ とした。

図-3は、 $\sigma^E = 0.75 \sigma_Y$ の残留応力を有する場合の $P=700\text{ton}$ における中央断面における軸方向変位 $u$ と軸力 $N$ の時間的変化を示したものである。図より、 $N$ は $t=0.50$ ではほぼ $-P$ に等しくなっている。図-4は、中央断面におけるたわみ $w$ と軸力 $N$ の時間的変化を比較したもので、たわみは $t=30.0$ では収束している。

図-5は、同じモデルに対して計算した荷重とたわみの関係を示したものである。実線は残留応力がない場合、破線は $\sigma^E = 0.75 \sigma_Y$ の残留応力を有する場合、点線は弾性解析の場合である。表-1に得られた耐荷力とSchulzが求めた耐荷力<sup>4)</sup>とを比較してみた。これより本解析法の妥当性がわかる。

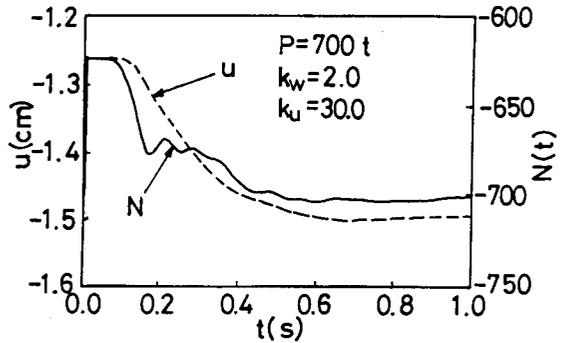


図-3

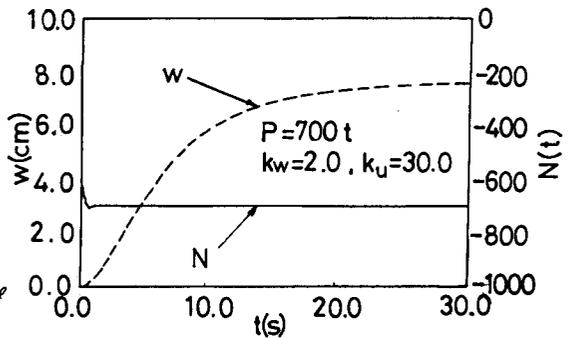


図-4

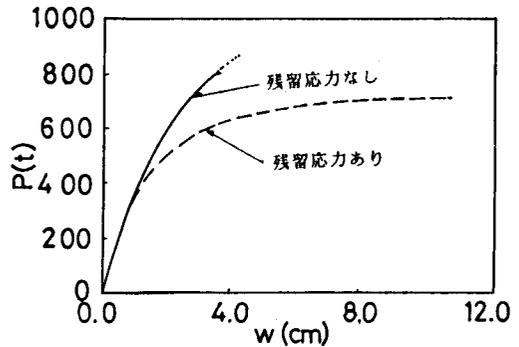


図-5

|        | unit: ton  |          |
|--------|------------|----------|
|        | D. R. M. 解 | Schulzの解 |
| 残留応力なし | 800        | 796      |
| 残留応力あり | 711        | 711      |

参考文献 1)馬場・成岡：土木学会誌，Vol.58, No.9, 1973. 2)三上・田中・山科：土木学会関西支部年講，I-78, 1985. 3)三上・森沢・三浦・辻本：土木学会関西支部年講，I-79, 1985. 4)成岡・福本・伊藤：JSSC, Vol.6, No.55, 1970.