

関西大学工学部 正会員 三上市藏

関西大学大学院 学生員○松村一保

関西大学大学院 学生員 牧野晴一

関西大学大学院 学生員 多田雅一

1. まえがき 曲げを受ける曲線プレートガーダーの腹板の有限変位解析は、差分法¹⁾と有限要素法²⁾を用いてなされている。直線辺に曲げを加えるために、文献1)では応力分布を仮定し、文献2)では強制変位を与えている。後者の場合、純曲げ状態にするため強制変位を調整する繰返し計算が必要である。非線形支配方程式は一般に、反復的に解かれるので、2重の繰返し計算を実施しなければならない。シェルの有限変位解析に適している Dynamic Relaxation Method (D.R.M.) を用い、その際、純曲げ状態を付帯条件として取り入れ、1重の繰返し計算で非線形解を得る方法を考案したので、ここに報告する。

2. 基礎方程式 図-1に示すような弧に沿った長さ a 、幅 b 、厚さ h 、中央面の曲率 R の等方性弾性円筒腹板が初期たわみを有している場合の幾何学的非線形解析を行う。荷重としては、直線辺に曲げモーメントを作用させるため、強制変位を与える。強制変位が正の場合、面内引張力が作用する。図-1に示すような座標系を設定し、断面力および変位の正の方向を図-2のように定義する。D.R.M.の基礎方程式のうち運動方程式は次のようになる。

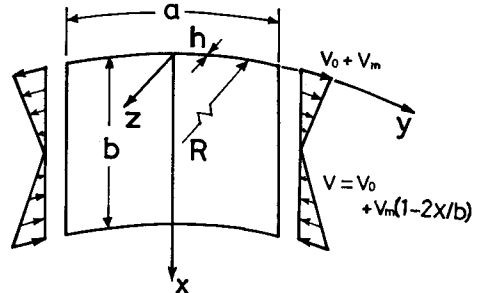


図-1

$$\begin{aligned} \rho_u \dot{u}_t + k_u \dot{u} = & N_{x,x} + N_{xy,y} + [N_x u_{,x} + N_{xy} u_{,y}]_{,x} \\ & + [N_{xy} u_{,x} + N_y u_{,y}]_{,y} \\ \rho_v \dot{v}_t + k_v \dot{v} = & N_{y,y} + N_{xy,x} - [M_{y,y} + 2M_{xy,x}] / R \\ & + [N_{xy} v_{,x} + N_y (v_{,y} - w/R)]_{,y} + [N_x v_{,x} + N_{xy} (v_{,y} - w/R)]_{,x} \\ & - [N_{xy} (w_{,x} + w_0/x) + N_y (w_{,y} + v/R + w_0/y)] / R \end{aligned} \quad (1.a)$$

$$\begin{aligned} \rho_w \dot{w}_t + k_w \dot{w} = & M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yyy} \\ & + [N_x (w_{,x} + w_0/x) + N_{xy} (w_{,y} + v/R + w_0/y)]_{,x} \\ & + [N_{xy} (w_{,x} + w_0/x) + N_y (w_{,y} + v/R + w_0/y)]_{,y} \\ & + [N_y + N_{xy} v_{,x} + N_y (v_{,y} - w/R)]_{,y} \end{aligned} \quad (1.b)$$

ここに、 w_0 は初期たわみ、 w は付加たわみ、 $\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}$ は変位速度、 ρ_u, ρ_v, ρ_w は面密度、 k_u, k_v, k_w は減衰係数である。断面力と変位の関係は文献3)に譲る。面外変形に関する境界条件は次のようになる。ただし、 K は側辺の回転バネ係数である。

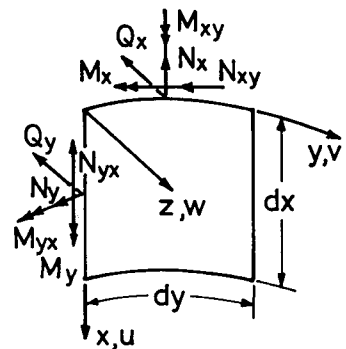


図-2

$$x = 0, b \quad \text{において} \quad w = 0, M_x = Kw_{,x} \quad (2.a, b)$$

$$y = 0 \quad \text{において} \quad w(y) = w(-y), M_x(y) = M_x(-y), M_y(y) = M_y(-y), M_{xy}(y) = -M_{xy}(-y) \quad (2.c \sim f)$$

$$y = a/2 \quad \text{において} \quad \text{単純支持の場合} \quad w = 0, M_y = 0 \quad (2.g, h)$$

$$\text{固定支持の場合} \quad w = 0, w_{,y} = 0 \quad (2.i, j)$$

面内変形に関する境界条件は次のようになる。

$$x=0, b \quad \text{において} \quad N_x=0, N_{xy}=0 \quad (3.a, b)$$

$$y=0 \quad \text{において} \quad u(y)=u(-y),$$

$$v(y)=-v(-y), N_x(y)=N_x(-y), (3.c-g)$$

$$N_y(y)=N_y(-y), N_{xy}(y)=-N_{xy}(-y)$$

$$y=a/2 \quad \text{において} \quad N_{xy}=0, \quad (3.h)$$

$$\rho_v \dot{v}_t + k_v \dot{v} = - \int_0^b N_y dx \quad (3.i)$$

直線辺の強制変位の初期値を $v_m(1-2x/b)$

にとれば、 $\dot{v}_0 = \dot{v}$ であるから、式 (3. i) によって純曲げ状態を維持するように v が定められる。対称変形を考慮して、パネルの1/2 領域を X, Y 方向に n_x, n_y 分割し、場と時間の微分を差分表示して解析する。

3. 無次元量 $\alpha=a/b, \beta=b/h, Z=b^2/hR,$

$$\bar{x}=x/b, \bar{y}=y/a, \bar{t}=t\sqrt{D/\rho_w/b^2}, \bar{u}=ub/h^2,$$

$$\bar{v}=vb/h^2, \bar{w}=w/h, \bar{w}_0=w_0/h, V_m=2v_m/a,$$

$$\varphi=Kb/D, \bar{N}=Nb^2/D, \bar{M}=Mb^2/hD,$$

$$\bar{k}_u=k_u h^2/\sqrt{\rho_w D}, \bar{k}_v=k_v h^2/\sqrt{\rho_w D},$$

$$\bar{k}_w=k_w h^2/\sqrt{\rho_w D}, \bar{\rho}_u=\rho_u h^2/\rho_w b^2,$$

$\bar{\rho}_v=\rho_v h^2/\rho_w b^2$ ここに、 D はパネルの曲げ剛度である。以後、記号 $\bar{}$ は省略する。

4. 数値計算例 $\alpha=1, \beta=150, Z=7.5,$

$\varphi=0$, 直線辺単純支持, $w_0 = w_0 \max$

$\sin(\pi x / b) \cos(\pi y / a)$ の場合について、

$n_x=12, n_y=6$ の計算を行った。図-3 は荷重レベルを表す強制変位 v_m と全たわみ $w_1 (= w_0 + w)$ の関係を示す。圧縮領域では、荷重の増加と共に曲率外側へたわむ。引張領域では、荷重が小さい場合は曲率内側へたわむが、荷重が大きい場合は逆に外側へたわむ。図-4 は、 $v_m=-0.002$ の場合における $x=y=0.25$ の点のたわみ w_1 , たわみの加速度 $\dot{w}_1$, および不平衡力 $\int_0^b N_y dx$ と時間に関する収束状況を示す。不平衡力は $t=2.5$ でほぼ収束し、 w_1 は $t=8.5$ で収束している。この図より、式 (3. i) の付帯条件のため直線辺が純曲げ状態を維持していることがわかる。図-5 は、 $v_m=-0.002$ の場合の y 方向膜応力 σ_y^m の各断面における分布を示す。ただし、 $\sigma_e = \pi^2 D / b^2 h$ である。その他、詳細は講演会当日に譲る。

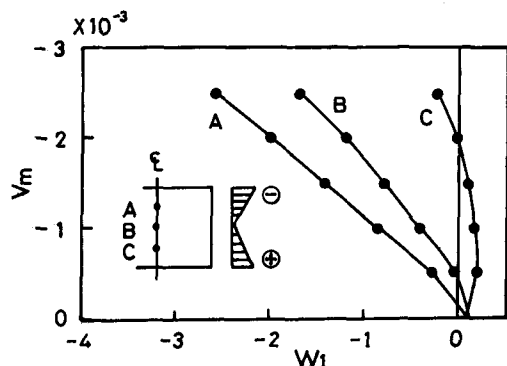


図-3

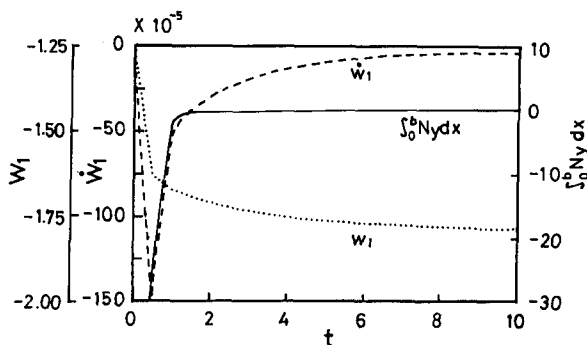


図-4

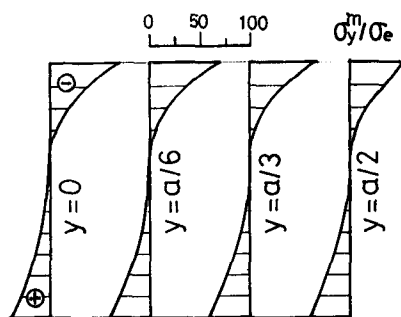


図-5

- 1) 三上・古西・米沢：曲げを受ける円筒腹板パネルの非線形挙動，土木学会論文報告集，No. 299, 1980.
- 2) 倉西・樋渡：曲げを受ける曲線プレートガーダーのウェブプレートの弾性挙動，土木学会論文報告集，No. 315, 1981.
- 3) 三上・矢部：初期たわみを有する弾性円筒パネルの円周方向面内力による非線形挙動，構造工学論文集，vol. 31A, 1985.