

長岡技術科学大学大学院 学生員 中島 一朗  
 長岡技術科学大学工学部 正会員 笹戸 松二  
 長岡技術科学大学工学部 正会員 林 正  
 (株) 間 組 正会員 中嶋 学夫

### 1. まえがき

節点帯板法 (NSM) は有限帯板法 (FSM) の適用範囲の拡張を目的として開発された解析法で、有限帯板法に用いる帯板要素の隅角部に節点自由度を付加することにより、長手方向にも要素分割を可能にしたものである<sup>1)</sup>。また、薄肉構造物の解析においては、各種の補剛部材を有限要素や棒要素として定式化した<sup>2)</sup>。本報告では、この解析法の変位関数を改良して計算効率と実構造物への適応性を高め、さらに薄肉構造物の弾塑性解析も試みた。

### 2. 変位関数の改良

本報告では、数値計算の効率化と長手方向の板厚変化に対処するために、先に用いた式 (1.a) の節点に関する一般化変位<sup>2)</sup>から  $x$  軸方向の直ひずみ成分に対応する  $\partial u / \partial x$  の自由度を省略した式 (1.b) の変位を用いる。

$$NSM28 : (u, u_x, v, v_x, w, w_x, w_y) \quad (1.a) \quad NSM24 : (u, v, v_x, w, w_x, w_y) \quad (1.b)$$

NSM28 は文献 2) において開発された要素、NSM24 は今回改良した要素を表す。また、節線に関する一般化変位成分  $u$  の展開関数  $U_m$  を両端固定の境界条件を満すものから単純支持の条件を満すものに変更した<sup>3)</sup>。

$$NSM28 : U_m = \sin \mu_m \xi - \sinh \mu_m \xi - (S_m / C_m)(\cos \mu_m \xi - \cosh \mu_m \xi), \quad NSM24 : U_m = \sin m\pi \xi \quad (2.a, b)$$

$$\text{ここに、} \xi = x/l, \quad \cos \mu_m \cdot \cosh \mu_m = 1, \quad S_m = \sinh \mu_m - \sin \mu_m, \quad C_m = \cosh \mu_m - \cos \mu_m \quad (3)$$

### 3. 弾塑性解析

(1) 解析仮定：弾塑性解析では次の仮定を用いる。

- 幾何学的非線形項は無視し、材料非線形のみを考慮する。
- 材料は等方性で線形硬化材料とする。
- 補剛要素は永久弾性とする。
- 塑性域では Prandtl-Reuss のひずみ増分理論と、Mises の降伏条件が成り立つ。

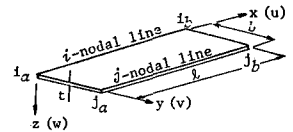


図-1. 節点帯板要素

(2) 平衡方程式：ある既知の平衡状態から微小な増分を考え、添記号  $\Delta$  を付して増分量を表すものとする。増分理論により線形化された節点帯板要素の平衡方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} [\Delta k_{oo}] \Delta d_o + \sum [\Delta k_{on}] \Delta d_n &= \Delta \theta_o - \Pi_o \\ [\Delta k_{mo}] \Delta d_o + \sum [\Delta k_{mn}] \Delta d_n &= \Delta \theta_m - \Pi_m \quad (m = 1, 2, 3, \dots, K) \end{aligned} \right\} \quad (4.a, b)$$

ここに、 $\Delta d_o, \Delta d_n$  は節点と節線に関する一般化変位の増分、 $\Delta \theta_o, \Delta \theta_m$  は一般化力の増分、 $\Delta k_{ij}$  は接線剛性行列、 $\Pi_o, \Pi_m$  は前増分段階で生じた不平衡力である。構造全体の平衡方程式は、式 (4.b) を用いて式 (4.a) から  $\Delta d_n$  を消去して、節点変位  $\Delta d_o$  のみを未知量とする<sup>1)</sup>。

### 4. 数値計算例

(1) フランジ厚が変化する工桁：図-2に示す長手方向にフランジ厚が変化する単純支持の工桁の上フランジ上に、線荷重  $q = 1 \text{ t/m}$  が全載する場合について計算し、変位関数を改良した効果を調べた。解析範囲は支間の  $1/2$  とし、要素分割は幅方向にフランジを2分割、ウェブを4分割、長手方向には板厚変化点を含む2断面で分割し、展開項数は3項 ( $K=3$ ) とし計算した。

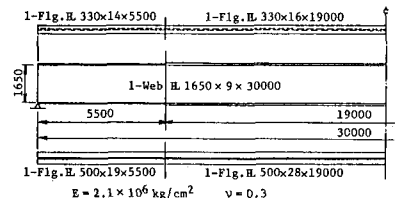


図-2. フランジ厚が変化する工桁

図-3に  $x$  軸方向の直応力  $\sigma_x$  の計算結果を棒理論と比較して示した。フランジ厚の変化点において NSM28

では一般化変位  $u_x$  によって  $\sigma_x$  が連続するために急激な応力変化に対応できないが、NSM 24 では支点付近を除けば良好な結果が得られている。また、NSM 28 に比べ計算時間は 20% 短縮された。

(2) 3 径間連続箱桁橋：図-4 に示す 3 径間連続箱桁橋<sup>4)</sup> を解析した。分割は NSM 24, 28 とともに箱桁と縦桁のウェブのみに節点帯板要素を用いて断面を 14 分割（フランジ 1 要素，ウェブ 2 要素，縦桁 1 要素）し，横桁，ブラケット及びダイヤフラムには有限要素を用いた。縦桁と横桁の上・下フランジはそれぞれ縦・横補剛材として扱った。橋軸方向にはダイヤフラムの位置で 16 等分割し，全体の  $1/2$  を解析した。なお，展開項数は 3 項とした。図-5 に箱桁の板厚を示す。

図-6 に下フランジの隅角部での橋軸方向応力  $\sigma_x$  について NSM とブロック有限要素法 (BFEM)<sup>4)</sup> による値を示す。 $x = 42\text{m}$  付近での計算値の相異は，板厚の変化点（図-5）が文献 4）と少し異なっているためと考えられる。NSM 24 の計算時間は 36 sec (M-280H, 東大大型計算機センター) であった。

(3) 1 室箱桁の弾塑性解析：図-7 に示すような単純支持の鋼箱桁に分布荷重  $P$  ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ ) が作用する場合について計算した<sup>5)</sup>。解析領域は支間の  $1/2$  とし，要素分割は幅方向にフランジを 4 分割，ウェブを 2 分割，長手方向には 2 分割し，展開項数は 3 項とした。帯板要素の剛性行列の計算では，各要素を  $10 \times 10$  の細要素に分割して塑性域のみにについて数値積分を行った。なお，数値計算では 1 回りの増分計算で数回の細要素が塑性化するように荷重増分を制御した。

図-8 に桁中央のたわみ  $\delta$  と上フランジ中央点のひずみ  $\epsilon_x$  の計算結果を，文献 5) による有限帯板法の値と実験値と比較して示した。本解析法と FEM による値は比較的良好に一致しているが，ひずみは実験値と少し差がある。なお， $P$  は総荷重を示す。

## 5. あとがき

節点帯板法は，文献 1)~3) 及び薄肉円筒シェルに適用した結果から，線形弾性解析では実用上十分な精度の値が得られるものと思われる。弾塑性解析では，幾何学的非線形性を考慮した定式

化が必要と考えられ，さらにプログラムの改良によって計算効率を高める必要がある。また，本報告では変位関を修正して計算時間の短縮と記憶容量の縮小を行ったが，まだ改良すべき点はあると言える。

- 1) 笹戸・林・持田：薄肉構造解析のための節点帯板法，おひつ解析法研究発表論文集，JSSC 第 17 回大会，1983
- 2) 笹戸・林・持田・中島：節点帯板法による薄肉構造物の解析，第 39 回土木学会年次学術講演会，I-90，1984
- 3) 笹戸・林・中島・中島：節点帯板法による薄肉構造物の解析，JSSC 第 9 回 構造工学における数値解析法シンポジウム，1985
- 4) 坂井・長井・近藤・佐野：並列 2 箱桁橋の中間ダイヤフラム設計法，土木学会論文報告集，No 280，1978
- 5) 太田俊昭：構造物の非弾性解析，新体系土木工学第 8 巻，1980，pp. 179~181.

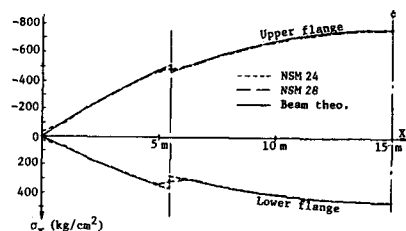


図-3 I 桁の応力 ( $\sigma_x$ )

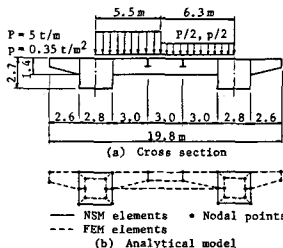


図-4 3 径間連続箱桁橋

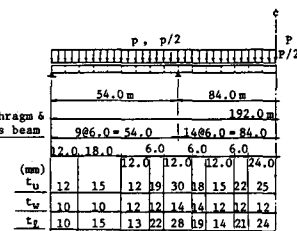


図-5 箱桁の板厚

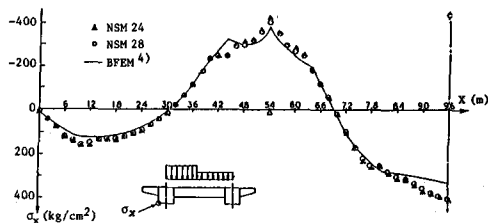


図-6 3 径間連続箱桁橋の応力 ( $\sigma_x$ )

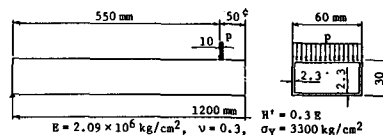


図-7 1 室鋼箱桁

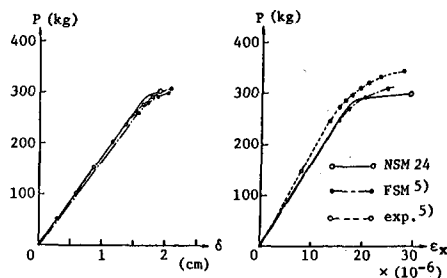


図-8 鋼箱桁のたわみとひずみ