I-48　　多室断面箱桁横断面の歪みに関連する変位モードの決定方法

鳥取大学工学部　学生員　○中本　浩志
正　員　　神部　俊一

1．まえがき

一般化座標法を用いて多室断面箱桁の断面挙動を解析するために必要となる変位モードを、滑節接合折板理論[1)]，Ｓｃｈｍｉｄｔの直交化法，標準固有値問題を応用して系統的に決定する一試案を提示するものである。

2．一般化座標の直交化

隔壁の解析を容易にする目的で歪み変位モードψ_jが、横断面の回転並びに平行移動といった剛体としての変位モードψ_1，ψ_2と連成しないように直交化を図る。そのために基本となる歪み変位モードψ_jを用いて$\tilde{\psi}_j$を次式

$$\tilde{\psi}_j = \psi_j + k_{j1}\psi_1 + k_{j2}\psi_2 \quad \cdots\cdots (1)$$

で表わし、係数k_{j1}，k_{j2}を決める。

さらに歪み変位モード$\tilde{\psi}_j$が互いに連成しないように、標準固有値問題を応用して直交化を行なう。新たに次に示すマトリックス$\tilde{R}_D$を定義する。

$$\tilde{R}_D = \int \tilde{\Psi}_D \tilde{\Psi}_D^T dF_0 = \tilde{R}_D^T \quad \cdots\cdots (2)$$

ここに、$\tilde{\Psi}_D$：$\tilde{\psi}_j$を成分とする列ベクトル

そこで、この実対称行列$\tilde{R}_D$に関する標準固有値問題

$$\tilde{R}_D\ x = \lambda_D\ x \quad \cdots\cdots (3)$$

を行列表示すると

$$\tilde{R}_D X_D = X_D \Lambda_D \quad \cdots\cdots (4)$$

ここに、X_D：正規化されたモーダルマトリックス

Λ_D：固有値$\lambda_D^{(j)}$を要素にもつ対角行列

さらにモーダルマトリックスの正規化条件を考慮に入れ、(11)の両辺にX_D^Tを乗じると次式を得る。

$$X_D^T \tilde{R}_D X_D = X_D^T X_D \Lambda_D = \Lambda_D \quad \cdots\cdots (5)$$

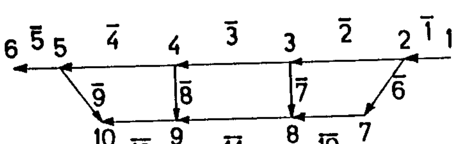
次に列ベクトル$\hat{\Psi}_D$を新しく次式で定義する。

$$\hat{\Psi}_D \equiv X_D^T \tilde{\Psi}_D \quad \cdots\cdots\cdots (6)$$

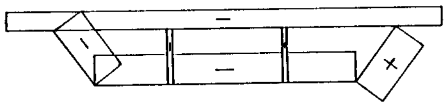
以下に、この列ベクトル$\hat{\Psi}_D$の要素が互いに直交化されていることを、新たに定義したマトリックス$\hat{R}_D$を用いて示す。

$$\hat{R}_D \equiv \int \hat{\Psi}_D \hat{\Psi}_D^T dF_0 = X_D^T\left(\int \tilde{\Psi}_D \tilde{\Psi}_D^T dF_0\right) X_D = X_D^T \tilde{R}_D X_D = \Lambda_D \quad \cdots\cdots (7)$$

この$\hat{\Psi}_D$を新たに面内歪みに関連した一般化座標として採用する。



図－1　三室箱桁断面



図－2　三室断面箱桁の横断面の逆対称歪みに関連する一般化座標

3．面外歪みに関連する一般化座標の決定

一般化座標法が対象とする構造モデルは滑節接合折板構造である。理論の構成上から垂直応力度と面外方向の一般化座標の横断面における分布形状は相似の関係にある。そこで、この観点から上記の一般化座標を形状行列[2)]を導入することにより滑節接合折板理論に基づいて系統的に決定する。以下において横断面形状を方向ずけられた線分と節点とからなるネットワークとみなし、線分の始端（ａ端）と終端（ｂ端）とがどの節点と結合しているかという情報を成分，０と１とで表わす行列A_S，B_Sを用いて式の展開を図る。

図－３に示す微小要素の釣合い条件と板の接合線における垂直ひずみϵ_iに対する適合条件を用いてQ_i，M_i，N_iを消去する。そして次式で定義される物理量

$T_i = \int_0^z t_i(z)\,dz$, $M^0_i = -\int_0^z \int_0^z P^0_i(z)\,dzdz$ ············(8) $_{1\sim2}$

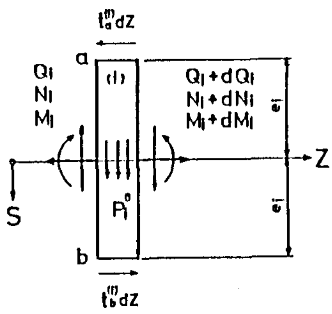
を用いると、内力 N_i , M_i を成分とする列ベクトルN，Mは次のように行列表示される。

$N = T_A - T_B$, $M = M_0 - D_E (T_A + T_B)$ ·············(9) $_{1\sim2}$

ここに、T_A , T_B は板iのa端，b端のせん断流を成分とする列ベクトル、M_0 はM^0_iを成分とする列ベクトルである。また各節点におけるせん断流の釣合い条件は

$B_S T_B - A_S T_A = 0$ ·······(10)

で表わされる。そして板iのa端，b端の垂直応力度を成分とする列ベクトルσ_A , σ_B は



F_i:断面積

I_i:断面二次モーメント

図－3　　板の微小要素

$\sigma_A = A_S^T \sigma_N = D_H N - D_W M$, $\sigma_B = B_S^T \sigma_N = D_H N + D_W M$ ·······(11) $_{1\sim2}$

となる。ここにσ_N は板要素の接合部における桁軸方向の垂直応力度を成分とする列ベクトルである。 式(9) $_{1\sim2}$ ，(10) ，(11) $_{1\sim2}$ よりσ_N は次式で求まる。

$\sigma_N = -2\,[R D_F R^T + ⅓ S D_F S^T]^{-1} S D_E^{-1} M_0$ ·······(12)

ここに、$D_E = diag(e_i)$, $D_F = diag(F_i)$, $D_W = diag(e_i/I_i)$

$R = A_S + B_S$, $S = A_S + B_S$

横断面の歪みを実現するために、図－4によって示すような自己平衡力群Yを便宜的に導入した。このYの分力Y_0 , Y_S , Y_U , Y_V , Y_C , Y_V' を面内荷重P^0_iとして用いると、式(12)より面内変位モードが求まる。また面内変位モードと同様に、標準固有値問題を応用して逆対称歪みに関連する面外変位モードの相互の直交化を図った。

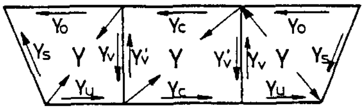
横断面の鉛直軸まわりの剛体回転に関連した一般化座標と同様に横断面の面外歪みに関連した一般化座標も制約条件

$0 = \int \Phi_D \, dF_R$ ············(13)

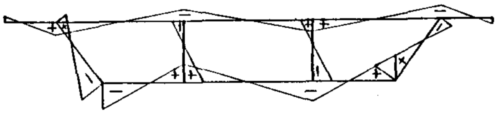
を満たしている。従って、二次形式の理論より次式で表わされる一般化剛性行列Bが正則であることを示すことができ、よって一般化面内変位Uの解の存在を保証するものである。

$B = \int \Phi_D^{\bullet} \Phi_D^{\bullet T} \, dF_0$ ·····(14)

ここに、$(\cdot\cdot\cdot)^{\bullet}$：横断面輪郭線方向の座標Sに関する導関数



図－4　逆対称の面内変位モードに対応する自己平衡力群



図－5　三室断面箱桁の横断面の逆対称歪みに関連する面外変位モードφ

参考文献

1）奥村，鈴木：剛結合折板構造理論と台形桁への応用，土木学会論文集，No.154 ,June,1968

2）大地羊三：電子計算機による構造解析，橋梁編纂会刊

3）神部，神保，村松：三室断面を有する三径間連続箱桁の断面挙動解析

第40回年講に投稿中