

大阪市立大学 正員 小林 治俊

園田 恵一郎

東亜建設

瀧野 浩

**1** まえがき 道路箱桁橋などに見られる床版の張出し部は、図1に示すような変断面片持無限帯板と見なすことが出来るであろう。これまで Hombergら [1] は自由辺と固定辺の板厚比が1:1, 1:3の場合の曲げモーメントの影響面を作成し、Bakht [2] は格子アノロジーを用いた広範な数値計算を行い、板内任意点の曲げモーメントを算出する簡便式を提案しているが、いずれもポアソン比が0の場合しか取り扱っていない。一般に変断面板の支配方程式は変数を係数とする偏微分方程式であり、これを厳密に解くことは困難であった。本文は、先に筆者が変厚矩形板に用いたべき級数法 [3] を適用すれば容易に解けることを示すとともに、種々な板厚比、ポアソン比に対するため、曲げモーメントの影響面を作成しようとするものである。

**2** 基礎式 板厚はx方向には一定で、y方向のみ直線変化するものとし、固定辺、自由辺での板厚を  $h_c, h_f$  とすれば、板厚と板剛度は次式で表わされる。

$$h(y) = h_f [\lambda + (1-\lambda)y/a] = h_f H(y), \quad D(y) = D_f H^3(y) \quad (1)$$

ここに、 $\lambda = h_c/h_f$ : 板厚比,  $D_f = Eh_f^3/12(1-\nu^2)$ : 基準剛度

にわきの支配方程式は、

$$D \Delta \Delta W + 2 \frac{dD}{dy} \frac{\partial (\Delta W)}{\partial y} + \frac{d^2 D}{dy^2} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) = q \quad (2)$$

式(2)の解として、ため、荷重をフーリエ積分表示する。

$$w = \int_0^\infty Y(y) \cos \beta x d\beta \\ q = \int_0^\infty \bar{q}(\beta) \cos \beta x d\beta; \quad \bar{q}(\beta) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty q(x) \cos \beta x dx \quad (3)$$

式(3)を式(2)へ代入した後、諸量に無次元化を行えば、 $Y(\eta)$ に関する次の微分方程式を得る。

$$f_4(\eta) Y'''' + f_3(\eta) Y''' + f_2(\eta) Y'' + f_1(\eta) Y' + f_0(\eta) Y = F(\eta) \quad (4)$$

$$\text{ただし} \quad \left[ \begin{aligned} f_4 &= H^3, \quad f_3 = 6H^2 H', \quad f_2 = -2\alpha^2 H^3 + 3H^2 H'^2 + 6(H')^2 H, \quad f_1 = -6\alpha^2 H H' \\ f_0 &= \alpha^4 H^3 - 3\nu \alpha^2 [H'' H^2 + 2(H')^2 H], \quad F = \bar{q}(\alpha) a^4 / D_f, \quad d = \beta a, \quad \eta = y/a, \quad ' = d/d\eta \end{aligned} \right] \quad (5)$$

**3** 解法 板厚関数  $H(\eta)$  が  $0 \leq \eta \leq 1$  で正則であり、 $f_i(\eta)$  も正則関数である。故に式(4)の解は  $0 \leq \eta \leq 1$  で次のべき級数展開が可能である。

$$Y(\eta) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \eta^n \quad (6)$$

次に、式(4)を式(5)へ代入し、 $f_i(\eta)$ 、 $F(\eta)$  も次のべき級数に展開する。

$$(f_4, f_3, f_2, f_1, f_0, F) = \sum_{n=0}^{\infty} (P_n, Q_n, R_n, S_n, T_n, F_n) \eta^n \quad (7)$$

式(6)、(7)を式(4)へ代入した後、 $\eta^n$ の係数を等置すれば、未定定数  $C_n$  は次の漸化式を満足せねばならない。

$$T_2 C_{n-2} + T_1 C_{n-1} + [T_0 + S_1 n + R_2(n)_2] C_n + [S_0(m+1) + R_1(m+1)_2] C_{n+1} \\ + [R_0(m+2)_2 + Q_1(m+2)_3 + P_2(m+2)_4] C_{n+2} + [Q_0(m+3)_3 + P_1(m+3)_4] C_{n+3} + P_0(m+4)_4 C_{n+4} = F_n \quad (8)$$

ただし、 $C_{-i} = 0$  ( $i \geq 0$ )、 $(i)_j = (i)(i-1)\cdots(i-j+1)$  を意味する。

この漸化式は、 $C_0, C_1, C_2, C_3$  を独立変数とすることにより、 $C_4, C_5, \dots$  等が決定出来る。 $C_0 \sim C_3$  に対応するべき級数が式(4)の4つの独立な同次解  $Z_i(\eta)$  であり、 $F_n$  に関するものが特解  $Z_p(\eta)$  である。故に式(4)の解は次のように書くことが出来る。

$$Y(\eta) = Z_p(\eta) + \sum_{i=1}^4 C_i Z_i(\eta) \quad (9)$$

未定定数  $C_0 \sim C_3$  は、境界及び連続条件より決定される。

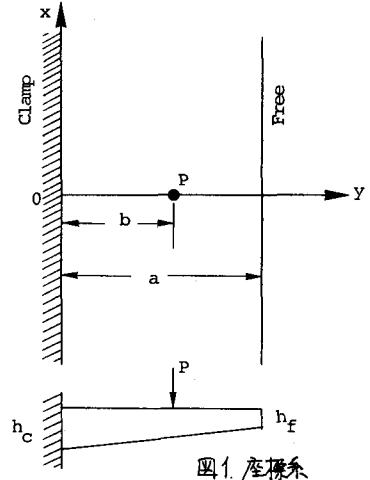


図1. 座標系

#### 4 数値計算例

本法による精度を検討するため、集中荷重を受ける等厚板 ( $\nu=0.3$ ) の結果を下表に示す。( ) 内の値は Jaramillo [4] の解析解であり、両者の良好な一致がみられる。

(w)  $x=0$  :  $\text{Pa}^3/\pi D E$

| y/a  | b/a                |                    |
|------|--------------------|--------------------|
|      | 0.5                | 1.0                |
| 0.25 | 0.0272<br>(0.0272) | 0.0436<br>(0.0499) |
| 0.50 | 0.0794<br>(0.0794) | 0.1556<br>(0.160)  |
| 0.75 | 0.1180<br>(0.1180) | 0.3174<br>(0.318)  |
| 1.0  | 0.156<br>(0.160)   | 0.5229<br>(0.525)  |

(M<sub>y</sub>)  $y=0$  : P

| x/a  | b/a                  |                    |
|------|----------------------|--------------------|
|      | 0.5                  | 1.0                |
| 0.0  | -0.370<br>(-0.370)   | -0.509<br>(-0.509) |
| 0.25 | -0.302<br>(-0.302)   | -0.474<br>(-0.474) |
| 0.50 | -0.196<br>(-0.196)   | -0.389<br>(-0.390) |
| 1.00 | -0.076<br>(-0.076)   | -0.205<br>(-0.205) |
| 2.00 | -0.0108<br>(-0.0108) | -0.037<br>(-0.037) |

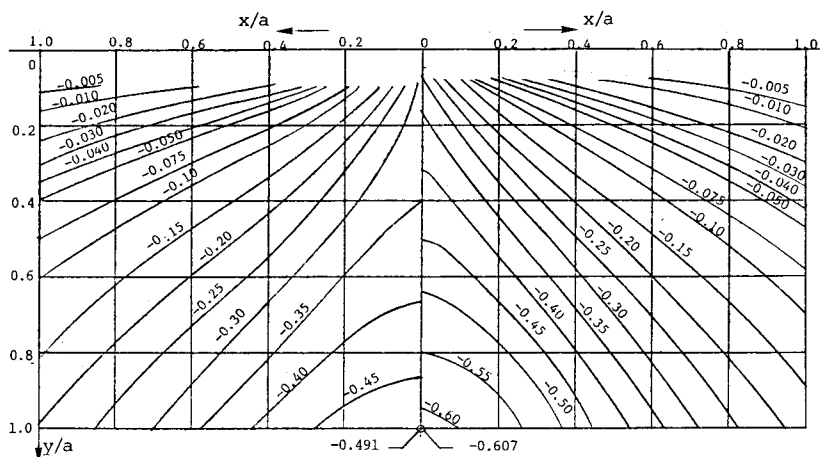


図2. 固定辺モーメント  $(M_y)_{x=0}$  の影響面 ( $\nu = 0.2$ )

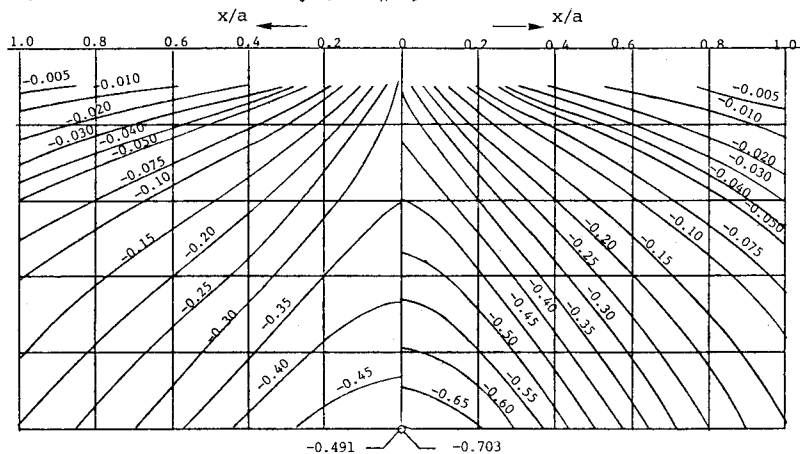


図3. 固定辺モーメント  $(M_y)_{x=0}$  の影響面 ( $\nu = 0.2$ )

次に、固定辺モーメント  $(M_y)_{x=y=0}$  の影響面を図2~4に示す。板厚比、ポアソン比の相異による影響面の変化が、自由辺を底辺(幅約0.8a)とし座標原点を頂点とする三角形領域に現われていることがわかる。

#### 5 参考文献

- [1] H.Homberg & W.Ropars: Kragplatten, Beidseitig Einzepte Platten, Dreifeldplatten Verschiedener Stützweiten, Springer, 1965  
 [2] B.Bakht: Proc.ASCE, Vol. 107, ST3, 1981 [3] 小林 國典: 34回応用力学連合講演会, 1984  
 [4] T.J.Jaramillo, Journal of Applied Mechanics, Vol.77, 1950.

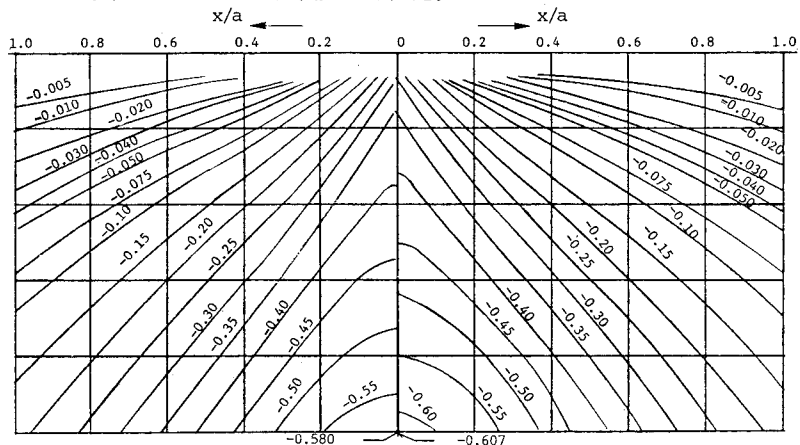


図4. 固定辺モーメント  $(M_y)_{x=0}$  の影響面 ( $\lambda = 2$ )