

日揮(株) 正員 今村 孝 熊本大学 正員 平井一男
八代高専 正員 水田洋司 八代高専 内山義博

1. はじめに

応力集中問題を有限要素法で解くには、精度の面から応力集中部を細かい要素に分割して解く必要がある。従って、扱うマトリックスは大次元となり、計算機容量・精度・演算時間の面に問題が生じる。これらの点を解決する一つの方法として、筆者らは先に小次元マトリックス演算で解析するズーム法⁽¹⁾を提案した。しかし、応力集中部のズーム領域の取り方は経験的に行なっているのが現状である。本論文では、応力集中問題にズーム法を効果よく適用するために、ズーム領域を決定する方法を提案し、その妥当性について検討している。

2. ズーム領域の決定

先に提案したズーム法では、ズーム領域内の要素は新たに細分割される。要素が細分割されれば、剛性マトリックスはズーム前の剛性マトリックスと異なる。任意の要素をズーム領域に入れるか否かは、その要素の剛性変化が応力集中部の応力変化に及ぼす影響を基準にして判定できようであろう。個々の要素の剛性変化について、応力集中部の応力変化を調べることは多くの手数を要するため、本論文では下記の二つの方法を提案する。

2.1 応力集中部の剛性修正

応力集中部の剛性が変化した時の周辺要素の応力変化状態を調べる方法である。すなわち、応力集中部の応力影響線を算定する。この場合、要素の応力変化の大小により周辺要素の剛性変化が応力集中部に及ぼす影響の大小を判定する。計算には一部修正理論⁽²⁾により原系の静特性を利用出来る為、応力変化の算定式は非常に少ない計算となる。剛性変化量を ΔK 、原系の撓性マトリックスを f 、外カベクトルを F とすると、変位の変化量 ΔX は

$$\Delta X = f \Delta F \quad (1) \quad \Delta F = -(I + \Delta K f_{22})^{-1} \Delta K f_{21} F \quad (2)$$

$$\text{ここに、} f = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix} \quad (3) \quad \Delta K = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Delta K \end{bmatrix} \quad (4) \quad \Delta F = \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta F \end{bmatrix} \quad (5)$$

原系の応力集中部の剛性マトリックスを K_{22} 、剛性変化後の応力集中部の剛性マトリックスを K'_{22} とすると、 ΔK は

$$\Delta K = K_{22} - K'_{22} \quad (6)$$

と表わされる。また、応力の変化量 $\Delta \sigma$ は応力マトリックス S を用いて、次式で求められる。

$$\Delta \sigma = S \Delta X \quad (7)$$

2.2 ポアソン比による微分

弾性学によれば、均一な二次元弾性問題の応力分布状態は構造物の荷重と形状にのみ支配され、弾性定数には影響されない事が知られている。また、有限要素法で求められた応力状態がポアソン比 ν に影響されることは、周知の事である。しかし、要素内の歪一定という条件で応力状態を近似出来るように要素分割を行えば、その時の応力状態は ν の大きさに左右されない事を数値計算で確かめることが出来た。このことより、 ν が応力に及ぼす影響範囲を調べることに、要素分割の適正さとズーム領域の決定が可能と考えられる。 ν が要素応力 σ に及ぼす影響は $\partial \sigma / \partial \nu$ で判定することが出来る。 σ と変位 X の関係は次式のようなのである。

$$\sigma = D B X \quad (8)$$

ここに、 D は応力-歪マトリックス、 B は歪-変位マトリックスである。(8)式を ν で微分すると

$$\partial \sigma / \partial \nu = (\partial D / \partial \nu) B X - D B K' (\partial K / \partial \nu) X \quad (9)$$

$$\partial K / \partial \nu = \sum B^T (\partial D / \partial \nu) B \quad (10)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \nu} = \frac{E}{(1-\nu^2)^2} \begin{bmatrix} 2\nu & 1+\nu^2 & 0 \\ 1+\nu^2 & 2\nu & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{(1-\nu)^2}{2} \end{bmatrix} \quad (11)$$

ここに、 K は系の剛性マトリックス、 E は弾性係数である。

3. 数値計算

図-1に示す有孔平板モデルについて数値計算を行い、提案法の妥当性を確かめた。モデルの対称性より、図-1の斜線部を取り出して解析した。図-2は2.1の方法による応力の影響範囲を示しており、図-3はこの応力状態から決定したズーム領域を示している。図-4は1回ズームでの要素応力の変化状態である。図-5、6には経験的に決めたズーム領域を図示している。図-7は2.2の方法により応力変化を算定した図であり、これから推察されるズーム領域を図中に示している。ズームによる応力計算は文献(1)の方法を用いている。図-3、5、6のズームモデルを解析した結果の応力集中係数を図示したものが、図-8である。モデルA3の応力集中係数が厳密解に良好に収束しているのが判る。計算には、九州大学電子計算機センターのFACOM M-382を用い、倍精度計算を行なった。

4. 結論

2.1の方法によってズーム領域を決定したモデルA3では、図-8に示すように、厳密解に収束する解を得ることが出来るが、理論上近似的な方法である。何故なら、変形から応力を求める段階で相反作用の定理が成立しなくなるからである。それ故、任意要

表-1 モデルの諸元

Uniform Load	p	1.0	kg/mm^2
Length of Plate	L	40	mm
Width of Plate	B	20	mm
Thickness of Plate	h	1	mm
Diameter of Hole	ϕ	4	mm
Young's Modulus	E	1.0	kg/mm^2
Poisson's Ratio	ν	0.3	
D/B		0.2	

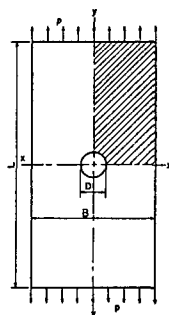


図-1 解析モデル

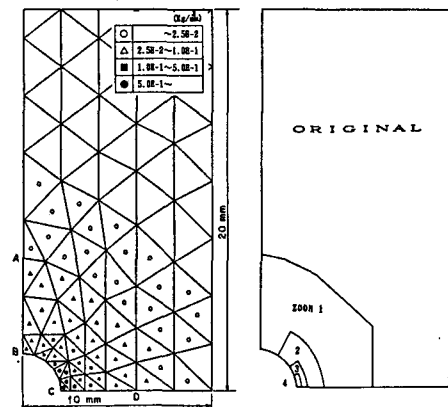


図-2 影響範囲1

図-3 モデルA3のズーム領域

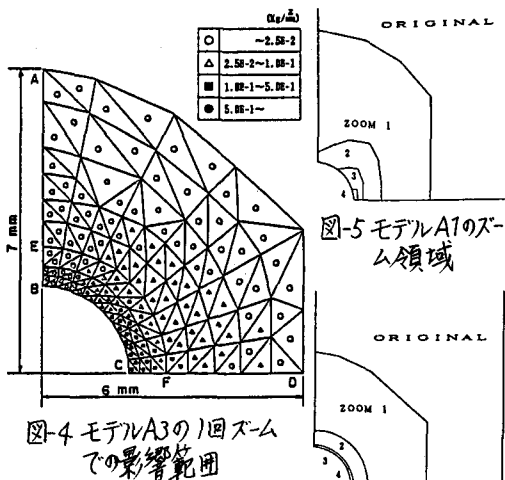


図-4 モデルA3の1回ズームでの影響範囲

図-5 モデルA1のズーム領域

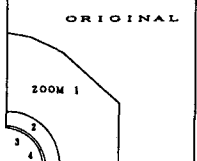


図-6 モデルA2のズーム領域

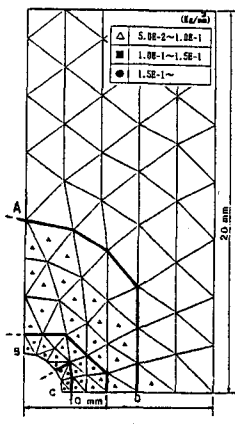


図-7 影響範囲2

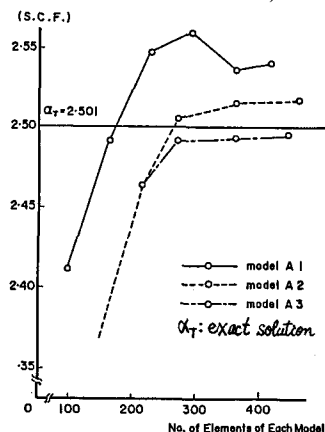


図-8 応力集中係数

素の剛性のある量変化させた時に、その応力状態が図-2の応力集中部要素と任意要素の応力関係に等しくなるという保証がない。反面、2.2の方法は理論上問題がない。この結果については、当日発表予定である。

参考文献

- (1) 平井・水田・内山：応力集中問題の一解析法、熊本大学工学部研究報告 第31巻第2号 1982年9月
- (2) 平井・水田・渡辺：一部修正による応力集中問題の解析手法、第29回年次学術講演会講演概要集 1974年10月