

名高速道路公社 正員 ○ 飯田亨朗

名古屋工業大学 正員 長谷部宣男

まえがき

境界上の変位が拘束された変位境界値問題として鋭い角を有する隅角部付近の応力や、隅角部の強さ及び隅角部先端に丸みを有する場合の応力集中係数の解析を行う。そして荷重や形状によらない角度のみに依存する隅角部の強さと応力集中係数との関係を求める。尚、ここでは隅角部角度2等分線に対称な応力状態について解析する。解析には隅角部を有する単純な形状として、四角形孔の境界上の変位が拘束された無限板を用いる。荷重条件はx方向一様引張を考える。

外力境界の場合の面外曲げ、平面問題に対する隅角部の強さと応力集中係数との関係については文献(1)で報告した。

解析

変位拘束された鋭い隅角部において〔図-2の(b)〕対称な応力状態の場合の隅角部付近の応力は一般に次式のように表わされる(2)。

$$\sigma = k_1 r^{m_1} + k_2 r^{m_2} + \dots \quad (1)$$

ここで r は隅角部先端からの距離であり、 m_j ($j = 1, 2, \dots$)は以下の特性方程式の根である。 $k \cdot \sin\{2\alpha(m+1)\} - (m+1) \cdot \sin 2\alpha = 0$ 。 2α は隅角部領域側角度である。 $2\alpha = 360^\circ$ の場合はクラック形状に変位拘束された場合である。この状態で外力境界の場合これはクラックとなり、 k_r は周知の応力拡大係数である。変位拘束された任意の角度の隅角部においてはこの k_r が隅角部の強さを表わす一つのパラメーターになり得る。

又、隅角部先端に丸みを有する場合〔図-2の(a)〕の隅角部先端の応力集中値は次式のように表わされる(3)。

$$\sigma_{\max} = k_p \rho^{m_1} + k_2 \rho^{m_2} + \dots \quad (2)$$

ここで ρ は隅角部先端の丸みの曲率半径である。 m_j ($j = 1, 2, \dots$)は式-(1)の m_j と同じ値である。

応力解析は、複素応力関数を用い、物理領域を単位円に写像する写像関数を用いて行う(図-1)。応力解析の方法は省略する。任意の角度においては指数 m_j の値が無理数であるため、式-(1)の k_r を解析的に求めるのは難しいようである。よってここでは以下の方法で k_r を求めた。

有理写像関数を用いていることから図-1のA点における隅角部先端は鋭い

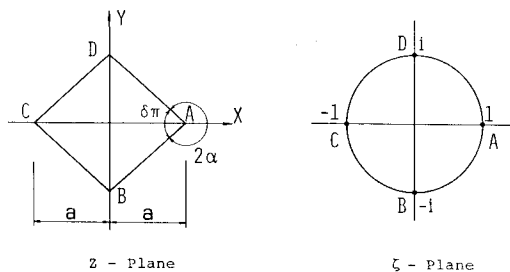


図-1 解析領域と単位円

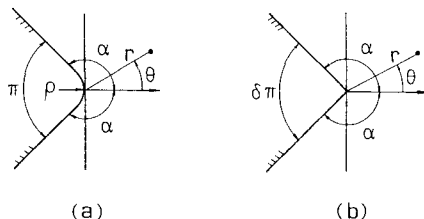


図-2 隅角部先端概略図

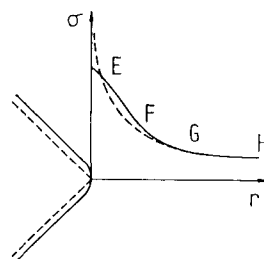
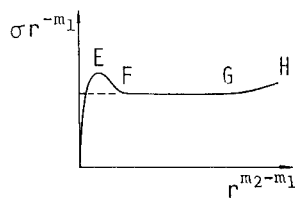


図-3 隅角部先端付近応力分布概略図

図-4 $\sigma \cdot r^{-m_1}$ の関係概略図

角ではなく、図-2の(a)に示すように若干の丸みを有する。この結果、隅角部先端での応力値は無限大とならず有限値となる。隅角部先端付近の応力分布の概略を示すと図-3の実線のようにになる。これに対し、図-1のA点における隅角部先端が鋭い角の場合の応力分布の概略は図-3の破線のようにになる。

次に式-(1)を r^{m_1} で除した次式を考える。

$$\sigma \cdot r^{m_1} = k_r + k_p \cdot r^{m_2-m_1} + \dots \quad (3)$$

前述の有理写像関数によって解析した応力値を用いて式-(3)

の関係を示す。縦軸に $\sigma \cdot r^{m_1}$ 、横軸に $r^{m_2-m_1}$ をとって概略を図示すると各角度に対して図-4の実線のようにになる。ここで図-3のEFGH部分が図-4のEFGH部分に対応する。図-3の破線で表わされる応力分布を用いて式-(3)の関係を示すと図-4の破線のようにになる。従って求めたい k_r は図-4のFGH部分を延長した縦軸との交点の値として求められる。

式-(2)の k_p は有理写像関数の表わす隅角部先端の丸みの曲率半径 ρ と応力解析より求められた応力値から式-(2)の右辺数項を用い連立方程式を解いて求められる。図-5、図-6に一樣引張荷重のもとで変位拘束された四角形隅角部の k_r 及び k_p を示す。

以上より求めた k_r と k_p の関係を次式のようにおく。

$$k_r = C \cdot k_p \quad (4)$$

図-7に式-(4)より求めるC値を示す。

あとがき

k_r 、 k_p は荷重条件、形状等によって決定される値であるが、C値はそれらによらず対称な応力状態において、隅角部の角度と κ に依存する値と考えられる。変位拘束された隅角部における応力分布を知れば、 k_r を求めることができる。さらに式-(4)によって k_r より k_p を求めることもできる。逆に変位拘束された隅角部におけるいくつかの応力集中値と隅角部先端の丸みの曲率半径を知れば k_p を求めることができる。さらに式-(4)によって k_p より k_r を求めることもできる。

隅角部角度2等分線に逆対称な応力状態の場合についても同様な解析がされ得る。

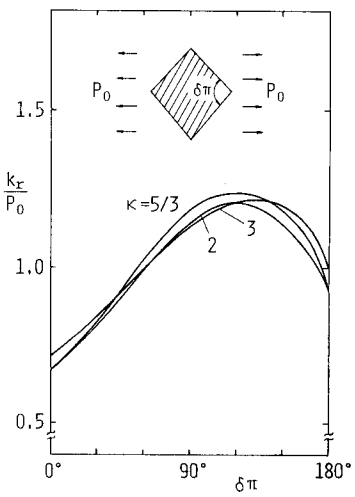


図-5 各角度における k_r 値

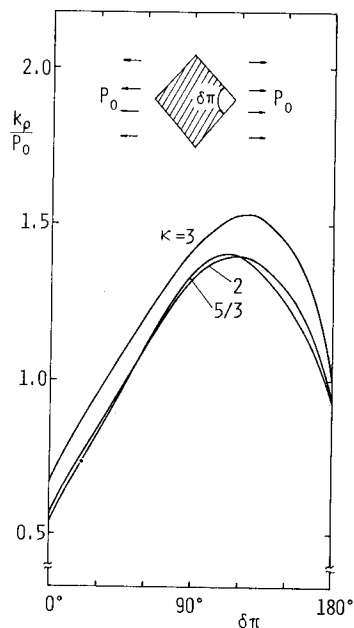


図-6 各角度における k_p 値

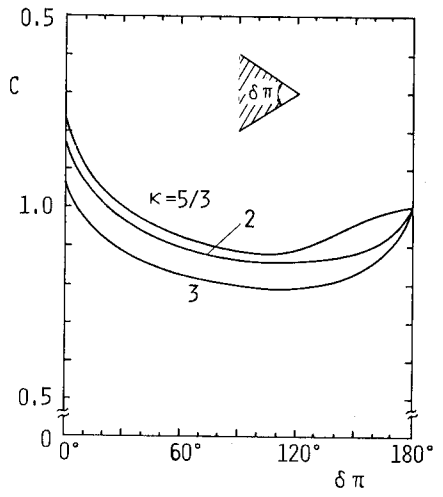


図-7 各角度におけるC値

参考文献 (1) Hasebe, N. and Iida, J. *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 109, 1983, P.346-356 ASCE (2) Williams, M. L. *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 74, 1952, P.526-528 (3) 杉本, 長谷部 中部支部研究発表会 58年度