V-145　熱応力の算定原理とアイソパラメトリック要素による鉄筋コンクリートの有限要素解析

前田建設工業㈱技術研究所　正会員　河原井　敏男

1. 熱応力の算定原理について

任意位置の温度がTである物体内の熱応力は、有限要素法を用い、各部分において各方向に熱膨張しようとする性向を同じ効果を与える力に置き換えることを意味する、次式(1)から求められる。[1]

$$\{F\} = \int [B]^T [D] \{\varepsilon_0\} dV \quad \cdots\cdots(1)$$

ここに、$\{F\}$：節点力　$\{B\}$：ひずみ－変位マトリックス　$[D]$：応力－ひずみマトリックス

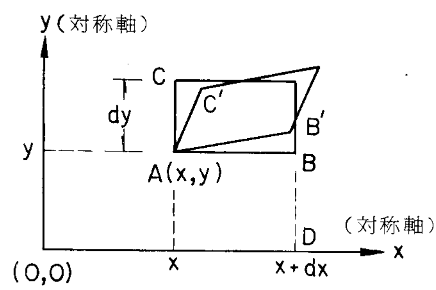
$\{\varepsilon_0\}$：初期ひずみ　α：線膨張率、$\{\varepsilon_0\}^T =$「$\alpha T \quad \alpha T \quad \alpha T \quad 0 \quad 0 \quad 0$」

熱応力の生成過程は(1)式によるよりも、温度差が存在する物体内で成立すべき、セン断ひずみ，直応力ひずみ（線ひずみ），温度ひずみ間の関係式(2)による方が、理解が容易である。[2]

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} = \frac{CC'}{AC} + \frac{BB'}{AB}$$

$$= \int_0^x \left[\alpha \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{1}{E} \frac{\partial}{\partial y} (\sigma_x - \nu\sigma_y - \nu\sigma_z) \right] dx$$

$$+ \int_0^y \left[\alpha \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{E} \frac{\partial}{\partial x} (\sigma_y - \nu\sigma_z - \nu\sigma_x) \right] dy \quad \cdots\cdots(2)$$



γ：セン断ひずみ　σ、τ：応力

E、G、ν：弾性率、剛性率、ポアソン比

(2)式はひずみの適合条件であり、この場合の必要十分条件（ひずみ適合に関する）となっている。

(2)式から塑性域では(1)式中の弾性係数を塑性係数に置き換えてよいことが分かるが、鉄筋コンクリートにおいてきれつが生じた段階でただちに引張剛性を0とすることは問題であり、少なくとも一部温度荷重負担を鉄筋に転嫁すべきである（例えば残存セン断剛性に見合って）と考えられる。

(2)式において積分線DB上の一部が塑性域にあるときその部分のみ塑性係数を用いればよいと考えられるので、塑性域と弾性域の混合解析（重ね合わせ）は支障ないはずである。

(1)式の代わりにDuhamel の相似式(3)を用いると、境界条件の取扱いが煩雑となる。

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} - \frac{\alpha E}{1-2\nu} \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \text{etc.} \quad \cdots\cdots(3)$$

以上の議論は多孔質媒体（弾性体）中の間隙水圧問題と共通性があり、特に間隙水圧を各方向に膨張しようとする力として有限要素定式化する[3]と次式(4)によるよりも、水圧が従属変数であるためさらに便利であり、水と媒体との大きな剛性差の取扱い[5]も容易である。

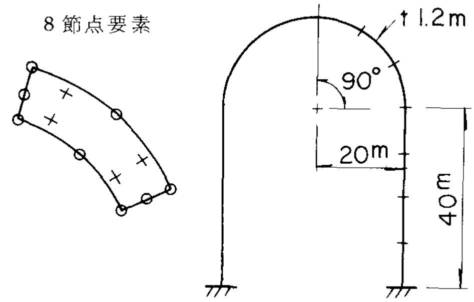
$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \text{etc.} \quad \cdots\cdots(4)$$

2. アイソパラメトリック要素による鉄筋コンクリートの解析と数値解析上の問題点

架構寸法に比し壁厚の小さな円筒と球殻からなる鉄筋コンクリート構造物を想定し、3次元アイソパラメトリック要素[1]を適用して、数値解析上の問題を検討した。[4]

構造物は内半径 20 m、側壁高 40 m、壁厚 1.2 m とし、内部圧力、温度荷重（内部温度上昇）、水平加速度などを与えて解析を試みた。

平面要素として８節点要素（ガウス積分点２×２）、立体要素として１５節点（球殻頂部）、２０節点要素（積分点２×２×２）を用い、簡単のため鉄筋の滑りを無視し、またきれつ発生後の残存セン断剛性を、引張剛性とは不釣合となるが、0.6（一定）と仮定した。



主筋である円周筋と鉛直筋はいずれも０.５０６ cm²／cm の割合で、被り１０cmで内外２重に膜状に一様分布するものとし、剛性は１方向にのみ有するとした。

計算は倍精度（３２ビット）で行なった。

鉄筋コンクリートの有限要素解析法は文献6),7)などに倣った。（仕様詳細は文献4)参照）

要素分割の仕方の表現法として、壁厚方向の分割数をN_1,球殻部の９０°の範囲の分割数をN_2'，円筒部の分割数をN_2''，３次元解析の場合円周方向１８０°の範囲の分割数をN_3として、$N_1\times(N_2'+N_2'')$ 分割、$N_1\times(N_2'+N_2'')\times N_3$ 分割のように表わすことにする。

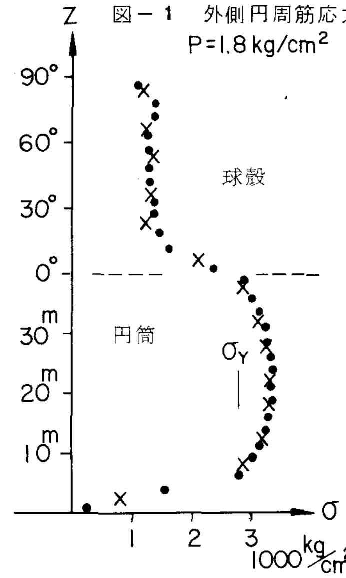
内外で１００℃の温度差があるとき、３×（４+６）分割と１×(2+3)分割とで、鉄筋応力がよく一致すること、最大0.７ｇ、－0.３ｇの水平ならびに鉛直加速度が作用するとき、１×（３+４）×６ 分割と、１×（２+３）×４ 分割とでよく一致し、壁厚方向１分割でよく曲げ応力を表現できることなどが分かり、アイソパラメトリック要素の使用により、少ない要素数で解析できることが確認できた。[4)]

最も解析が困難であるのは、きれつが広範囲に生じコンクリートの引張剛性が消失する、内部圧力が作用する場合で、0.１kg／cm²ステップで1.８kg／cm²まで追跡したが、初期応力法による不平衡応力の再配分に要した繰返し計算回数は、１×（６+８）分割で１ステップ最大３３０回に達し、応力の小さい鉛直筋で桁落ちがみられ、有効数字の桁数の不足がうかがわれた。

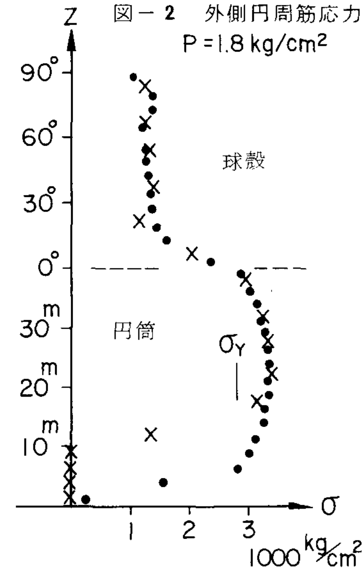
外側円周筋の応力を１×（６+８）分割と１×（３+４）分割とで図－１に示すが、よく一致している。（Ｐ＝1.８kg／cm²）

これに対し円筒下部の要素長のみ、さらに２分割した１×（３+５）分割では、その部分の剛性が他の部分と不釣合に高くなり、正しい結果が得られない。（図－２）

３次元アイソパラメトリック要素を採用すると鉄筋コンクリートの非線形解析は容易であるが、以上のように精度上の問題が生じる。



図－１　外側円周筋応力



図－２　外側円周筋応力

参考文献

1）ツィエンキヴィッツ：マトリックス有限要素法、培風館、１９７５
2）河原井：前田技術研究所報、Vol.２４、１９８３
3）河原井：前田技術研究所報、Vol.２３、１９８２
4）河原井：前田技術研究所報、Vol.２５、１９８４
5）Biot　：J.Appl. Phys., Vol.１２, Feb., １９４１
6）Suidan, Schnobrich：J. Struct.Div., Oct., １９７３
7）武藤清他：建築学会論文報告集、第２４９号 1976－11