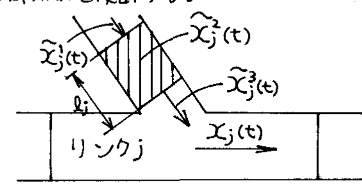
Ⅳ－222　高速道路における統計的性質を考慮した動的最適制御

信州大学工学部　学生員○濱中拓郎
信州大学工学部　正　員　奥谷　巖

1．まえがき　我々は既に都市内高速道路において、流入ランプでの待ち時間を含む総所要時間を最小化するための流入制御を考案、シミュレーションを実行した結果を発表しているが[1]、シミュレーションを実行する上で、発生交通が多い場合に流入ランプ内の密度が飽和交通密度になることがあり、発生した交通がランプ外にはみ出るという不都合が生じ、総所要時間を比較検討する上で支障をきたす場合があった。今回は、このようなことが起らないように制御方法に改良を加え、シミュレーションを実行し、制御効果を検討する。

2．交通変量の予測及び計算



図－1

$\tilde{x}^1_j(t)$；時刻tのランプjの交通需要量
$\tilde{x}^2_j(t)$；　〃　の交通密度
$\tilde{x}^3_j(t)$；　〃　からリンクjへの流入交通量
$x_j(t)$；時刻tのリンクjの交通量
l_j；流入ランプjのランプ長，n；総リンク数

まず、図－1のように交通変量を定める。交通需要量の予測式を

$$\tilde{x}^1_j(t) = \sum_{m=1}^{M} \hat{a}_j(m)\,\tilde{x}^1_j(t-m) + \hat{v}_j + \varepsilon_j(t) \qquad (1)$$

とし、1週間前の交通需要量を用いて重回帰分析を行い、$\hat{a}_j(m), \hat{v}_j, \hat{\varepsilon}_j(t)$ を求める。ランプの交通密度 $\tilde{x}^2_j(t)$ は、次式によって求められる。

$$\tilde{x}^2_j(t) = \tilde{x}^2_j(t-1) + \frac{\Delta t}{l_j}\{\tilde{x}^1_j(t-1) - y_j(t-1)\} \qquad (2)$$

ここに $y_j(t-1)$ は流入ランプjの、全体時間に対する青信号の割合によって決まる交通容量で、本論文の制御においては、流入ランプの状況に応じた的確な信号間隔による制御を行うので、$y_j(t-1)$ を流入交通量 $\tilde{x}^3_j(t)$ にほぼ等しいものとし、これを用いた。次に、リンク交通量の予測式は、

$$x_j(t) = \sum_{k=1}^{n}\sum_{m=1}^{M} b_j^k(m)\, y_k(t-m) + \sum_{k=1}^{n}\sum_{m=1}^{M} \overset{*}{a}{}_j^k(m)\, x_k(t-m) + \overset{*}{v}_j + \overset{*}{\varepsilon}_j(t) \qquad (3)$$

式(1)～(3)をリンクj＝1,2,…,nについてまとめ，マトリクス表示すると，

$$X(t) = \sum_{m=1}^{M} A(m)\,X(t-m) + \sum_{m=1}^{M} B(m)\,Y(t-m) + V + \mathcal{E}(t) \qquad (4)$$

ここに，

$$X(t)=\overset{1}{\begin{bmatrix}\tilde{x}(t)\\ x(t)\end{bmatrix}}\begin{matrix}\updownarrow 2n\\ \updownarrow n\end{matrix},\quad \tilde{x}(t)=\overbrace{[\tilde{x}^1_1(t)\ \tilde{x}^2_1(t)\cdots\tilde{x}^1_j(t)\ \tilde{x}^2_j(t)\cdots\tilde{x}^1_n(t)\ \tilde{x}^2_n(t)]}^{2n}{}^T\updownarrow 1,\quad x(t)=\overbrace{[x_1(t)\cdots x_j(t)\cdots x_n(t)]}^{n}{}^T\updownarrow 1,$$

$$V=\overset{1}{\begin{bmatrix}\hat{v}\\ \mathbf{0}\end{bmatrix}}\begin{matrix}\updownarrow 2n\\ \updownarrow n\end{matrix},\quad \mathcal{E}(t)=\overset{1}{\begin{bmatrix}\hat{\varepsilon}(t)\\ \mathbf{0}\end{bmatrix}}\begin{matrix}\updownarrow 2n\\ \updownarrow n\end{matrix},\quad \hat{v}=\overbrace{[\hat{v}_1\,0\ \hat{v}_2\,0\cdots\hat{v}_j\,0\cdots\hat{v}_n\,0]}^{2n}\updownarrow 1,\quad \hat{\varepsilon}(t)=\overbrace{[\hat{\varepsilon}_1(t)\,0\ \hat{\varepsilon}_2(t)\,0\cdots\hat{\varepsilon}_j(t)\,0\cdots\hat{\varepsilon}_n(t)\,0]}^{2n}\updownarrow 1$$

$$A(m)=\begin{array}{cc}\scriptstyle 2n & \scriptstyle n\end{array}\begin{bmatrix}\tilde{a}(m) & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & a(m)\end{bmatrix}\begin{matrix}\updownarrow 2n\\ \updownarrow n\end{matrix},\quad a(m)=\overbrace{\begin{bmatrix}\overset{*}{a}{}_1^1(m) & \cdots & \overset{*}{a}{}_1^n(m)\\ \vdots & \overset{*}{a}{}_j^j(m) & \vdots\\ \overset{*}{a}{}_n^1(m) & \cdots & \overset{*}{a}{}_n^n(m)\end{bmatrix}}^{n}\updownarrow n,\quad \tilde{a}(m)=\overbrace{\begin{bmatrix}\alpha_1(m) & & \mathbf{0}\\ & \alpha_j(m) & \\ \mathbf{0} & & \alpha_n(m)\end{bmatrix}}^{2n}\updownarrow 2n,$$

$$\underset{(m=1\text{のとき})}{\alpha_j(m)}=\overbrace{\begin{bmatrix}\hat{a}_j(m) & 0\\ \frac{\Delta t}{l_j} & 1\end{bmatrix}}^{2}\updownarrow 2,\quad \underset{(m\geqq 2\text{のとき})}{\alpha_j(m)}=\overbrace{\begin{bmatrix}\hat{a}_j(m) & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}}^{2}\updownarrow 2 \qquad (5)$$

$$Y(t)=\overset{1}{\begin{bmatrix}y_1(t)\\ \vdots\\ y_j(t)\\ \vdots\\ y_n(t)\end{bmatrix}}\updownarrow n,\quad B(m)=\overset{n}{\begin{bmatrix}\tilde{b}(m)\\ b(m)\end{bmatrix}}\begin{matrix}\updownarrow 2n\\ \updownarrow n\end{matrix},\quad b(m)=\overbrace{\begin{bmatrix}b_1^1(m) & \cdots & b_1^n(m)\\ \vdots & b_j^j(m) & \vdots\\ b_n^1(m) & \cdots & b_n^n(m)\end{bmatrix}}^{n}\updownarrow n,$$

$$\underset{(m=1\text{のとき})}{\tilde{b}(m)}=\overbrace{\begin{bmatrix}\beta_1 & & \mathbf{0}\\ & \beta_j & \\ \mathbf{0} & & \beta_n\end{bmatrix}}^{n}\updownarrow 2n,\quad \beta_j=\overset{1}{\begin{bmatrix}0\\ -\frac{\Delta t}{l_j}\end{bmatrix}}\updownarrow 2,\quad \underset{(m\geqq 2\text{のとき})}{\tilde{b}(m)}=\overset{n}{[\,\mathbf{0}\,]}\updownarrow 2n$$

いま，

$$Z_k(t) = \sum_{i=1}^{M-k} A(k+i)\,X(t-i) + \sum_{i=1}^{M-k} B(k+i)\,Y(t-i) \qquad (6)$$

とおき，$Z_0(t) = X(t)$ とすると

$$Z_t = \Phi Z_{t-1} + \Gamma Y_{t-1} + V_t \qquad (7) \qquad\qquad X(t) = H Z_t \qquad (8)$$

ここに

$$\Phi=\begin{array}{cccc}\scriptstyle 3n & \scriptstyle 3n & \scriptstyle 3n & \scriptstyle 3n\end{array}\begin{bmatrix}A(1) & I & 0 & \cdots\ 0\\ A(2) & 0 & I & \cdots\ 0\\ \vdots & \vdots & & \ddots\ \vdots\\ A(M-1) & 0 & 0 & \cdots\ I\\ A(M) & 0 & 0 & \cdots\ 0\end{bmatrix}\begin{matrix}\updownarrow 3n\\ \updownarrow 3n\\ \\ \updownarrow 3n\\ \updownarrow 3n\end{matrix},\quad Z_t=\overset{1}{\begin{bmatrix}Z_0(t)\\ Z_1(t)\\ \vdots\\ Z_{M-1}(t)\end{bmatrix}}\begin{matrix}\updownarrow 3n\\ \updownarrow 3n\\ \\ \updownarrow 3n\end{matrix},\quad \Gamma=\overset{n}{\begin{bmatrix}B(1)\\ B(2)\\ \vdots\\ B(M-1)\\ B(M)\end{bmatrix}}\begin{matrix}\updownarrow 3n\\ \updownarrow 3n\\ \\ \updownarrow 3n\\ \updownarrow 3n\end{matrix},\quad V_t=\overset{1}{\begin{bmatrix}V+\mathcal{E}(t)\\ 0\\ \vdots\\ 0\end{bmatrix}}\begin{matrix}\updownarrow 3n\\ \updownarrow 3n\\ \\ \updownarrow 3n\end{matrix},$$

$$Y_t = Y(t), \quad H = \begin{array}{cccc}\scriptstyle 3n & \scriptstyle 3n & \scriptstyle 3n & \scriptstyle 3n\end{array}[\,I\ 0\ 0\cdots 0\,]\updownarrow 3n \qquad (9)$$

3．総所要時間の最小化と計算手順　目的関数をJ_Tとして$t=1\sim T$までの総所要時間をとることにし、走行時間関数を$C_j(x)$とすると、

$$J_T=\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{n}\{x_j(t)C_j(x_j(t))+\tilde{x}_j^2(t)\,l_j\}\Delta t \qquad (10)$$

となり、このJ_Tを最小にする$Y(t)$を求めればよいことがわかる。ここで$x_j^0(t)$を1週間前のリンクjの時刻tにおける交通量とし、$C_j(X_j(t))$をTaylor展開して2次以上の項を無視すると、

$$J_T'=\sum_{t=1}^{T}\Psi(t)Z_t \qquad (11)$$

ここに、

$$\Psi(t)=[\overbrace{L_1\cdots L_j\cdots L_n}^{3n}\ \overbrace{\alpha_1(t)\cdots\alpha_j(t)\cdots\alpha_n(t)}^{n}\ \overbrace{0\ 0\cdots 0}^{3n(M-1)}],\quad \alpha_j(t)=C_j(x_j^0(t))+x_j^0(t)C_j'(x_j^0(t)),\quad L_j=[\overbrace{0,\ l_j}^{2}]\text{ は} \qquad (12)$$

次に、式(11)のJ_T'を最小化するにあたって制御変数である交通容量$y_j(t)$の制約条件について考える。まず、ランプjの時刻tにおける交通密度$\tilde{x}_j^2(t)$は(2)式で表される。

$$\tilde{x}_j^2(t)=\tilde{x}_j^2(t-1)+\frac{\Delta t}{l_j}\{\tilde{x}_j^1(t-1)-y_j(t-1)\} \qquad (2)$$

ここで、$\tilde{x}_j^2(t)$の制約条件は、ρ_Jを飽和交通密度とすると

$$0\leqq\tilde{x}_j^2(t)\leqq\rho_J \qquad (13)$$

また、ランプjの固有の制約条件は、上下限値をそれぞれD_j, E_jとすると、

$$E_j\leqq y_j(t-1)\leqq D_j \qquad (14)$$

(2),(13),(14)式より、ランプjの時刻$t-1$における交通容量$y_j(t-1)$の制約条件は次のように定まる。

$$\max\left[\frac{l_j}{\Delta t}\{\tilde{x}_j^2(t-1)-\rho_J\}+\tilde{x}_j^1(t-1),\ E_j\right]\leqq y_j(t-1)\leqq\min\left[\frac{l_j}{\Delta t}\rho_j(t-1)+\tilde{x}_j^1(t-1),\ D_j\right] \qquad (15)$$

上式において、$y_j(t-1)$の上下限値がそれぞれ2つあるので、初期条件をD_j, E_jとし、予備的シミュレーションを行いながら、$y_j(t-1)$の最適値$\overset{*}{y}_j(t-1)$を逐次求めてゆき、その結果得られた$\tilde{x}_j^1(t-1), \tilde{x}_j^2(t-1)$を(15)式に代入して$y_j(t-1)$の上下限値を決定し、これを用いて再度シミュレーションを繰り返し実行し、(15)式の上下限値がそれぞれ2つのうちのどちらかに収束するまで続け、最終的に収束した方の上下限値（上限値では$\frac{l_j}{\Delta t}\rho_j(t-1)+\tilde{x}_j^1(t-1)$か$D_j$のうちのどちらか）をもって本番の制御にあたる。ところで、予備的なシミュレーションを行う時に必要な交通変量のデータとしては、

i) 1週間前の交通変量のデータを用いる。

ii) 当日の初期条件により、予測式を使ってあらかじめ1日分のデータを求めておき、それを用いる。

などが考えられる。以上の方法により(11)式に(7)式を代入し、逐次最小化していくと、一般に、k回で収束した時の最適解$\overset{*}{Y}_{t-1}$は次式で表される。

$$\overset{*}{Y}_{t-1}=\Omega_k(t-1)\cdot Z_{t-1}+d_k(t-1) \qquad (16)$$

(16)式の中のkは、予備的なシミュレーションにおいて上下限がk回目の収束計算(シミュレーション)で収束したことを表す。ここに、

$$\Omega_k(t-1)=\begin{array}{c}\overbrace{\qquad\qquad}^{2n}\ \ \overbrace{\quad}^{n}\\ \begin{bmatrix} w_k^1 & & & \\ & \ddots\ w_k^j & \mathbf{0} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & & \ddots\ w_k^n & \end{bmatrix}\end{array}\Big\updownarrow n,\quad w_k^j=[\overbrace{\overset{*}{w}_k^j\quad \overset{*}{w}_k^j\cdot\frac{l_j}{\Delta t}}^{2}]\text{ は},\quad d_k(t-1)\text{；目的関数の最小化には無関係な定数項} \qquad (17)$$

(17)の中の$\overset{*}{w}_k^j$は、予備的なシミュレーションの決定されるパラメータで0又は1をとる。ただし

$$\begin{cases}\tilde{\Psi}(t)=\Psi(t+1)\Phi+\Psi(t+1)\Gamma\Omega_k(t)+\Psi(t)\\ \tilde{\Theta}(t)=\Psi(t)\Gamma\\ \tilde{\Psi}(T)=\Psi(T)\end{cases}$$

以上の理論を用いて制御を行った場合と行わない場合のシミュレーションを実行し、制御の効果を確める。具体的なシミュレーション方法等については当日発表するものとする。

参考文献　1) 奥谷／濱中；「都市内高速道路における統計的制御の効果」土木学会中部支部研究発表会講演概要集(1984)