

信州大学工学部 学生員 ○若林 糾
信州大学工学部 正員 奥谷 巖

I. まえがき

従来、信号交差点における最適制御を考える場合、交通流を表わすモデルとしては、連続の式のみを用いたものであったが、それは実際の交通流を的確に表現しているとは言えない。そこで、車の周囲の交通状況を考慮するように運動方程式をも用いたモデルが考えられるが、その考えは十分確立していない。本研究では、連続の式と運動方程式からなる高次交通流モデルをとりあげ、その適用性について数値解析的な方法を使用し検討するものである。

II. 高次交通流モデル

いま、交通路軸に沿って x 座標を導入し、微小区間 dx について考える。信号交差点付近の道路に出入口がないものとする。交通密度と交通量の関係は車の数が保存されるという仮定のもとで

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

と表わされる。これが連続の式である。ここで、 ρ は密度、 u は速度、 $q (= \rho u)$ は交通量である。

次に運動方程式について説明を行なう。運動方程式は次のように一般的な形に書く事ができる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \alpha(u, \rho) \frac{\partial u}{\partial x} + \beta(u, \rho) \frac{\partial \rho}{\partial x} = \phi(u, \rho) \quad (2)$$

この運動方程式は、運転者が交通流の状況 (anticipation, relaxation to equilibrium, traffic pressure, etc.) に反応する影響を考慮したものである。具体的なモデルとしては、種々の方法により運転者の加速度に影響を与える項の仮定より推論された次の二つのモデルを適用する。Payne モデルの運動方程式は、式(2)に次のものを代入したものである。

$$\left. \begin{aligned} \alpha(u, \rho) &= u, \quad \beta(u, \rho) = \frac{\mu}{T} \cdot \frac{1}{\rho} \\ \phi(u, \rho) &= -\frac{1}{T} [u - u_0(\rho)] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

同様に、Phillips モデルの運動方程式は、次のものを代入すればよい。

$$\left. \begin{aligned} \alpha(u, \rho) &= u + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P_e(\rho, u)}{\partial u}, \quad \beta(u, \rho) = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P_e(\rho, u)}{\partial \rho} \\ \phi(u, \rho) &= \lambda(\rho) \cdot [u_e(\rho) - u] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここで、 $u_0(\rho)$ は密度 ρ によって一意的に決まる均衡状態における速度であり、実際の観測結果に合った関係式を選ぶ必要がある。例えば、Underwood, Edie の提案する式(5)のような関係式である。(Fig-1 参照)

$$u_0(\rho) = u_f \cdot e^{-\alpha \rho} \quad (u_f: \text{自由速度}, \alpha: \text{定数}) \quad (5)$$

T , μ は relaxation 及び anticipation などに影響されるパラメータであり、また、 $\lambda(\rho)$ は密度 ρ による関数で、 $P_e(\rho, u)$ は密度 ρ と速度 u によって定義される traffic pressure を表わす。

$$P_e(\rho, u) = \frac{\rho u^* (G_a^* + 0.15 u_a^* z^3)}{u_a^* (1 + 1.8 z^3)} \quad (6)$$

z は $z = \rho / (\rho_i - \rho)$ を示し、 u_a, O_a は定数である。

Ⅲ. 数値解析のための方法

本研究は、今まで有限要素法を用いて解析を行なってきたが、信号交差点付近では一方向のみの解析となり、差分法による方法で十分であると考えられる。そこで、実際データと有限要素法や差分法を用いて数値解析を行なった結果との比較より、その手法の有効性について検討する。

いま、対象の交通路を Fig-2 のように $(n-1)$ 個の要素に分割し、 n 時点、 i 節点における密度を ρ_i^n 、速度を u_i^n とする。まず、差分法について述べる。ここでは、交通流の連続の式、運動方程式を差分化するために z-step Lax-wendroff 法を用いる。この方法は時間 step を一つすすめるために、中間値を挿入するやり方である。すなわち、式(4)、式(5)については α 1 step として

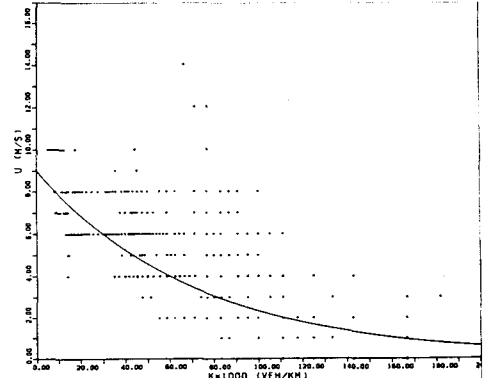


Fig-1. 実際データと均衡状態を表ゆる関係式

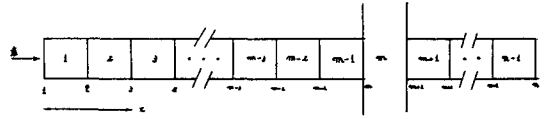


Fig-2. 空間における要素分割

$$\rho_{i+1/2}^{m+1} = \frac{1}{z} (\rho_i^n + \rho_{i+1}^n) - \frac{\Delta t}{z \Delta x_i} \left[\frac{\rho_{i+1}^n + \rho_i^n}{z} (u_{i+1}^n - u_i^n) + \frac{u_{i+1}^n + u_i^n}{z} (\rho_{i+1}^n - \rho_i^n) \right] \quad (7)$$

$$u_{i+1/2}^{m+1} = \frac{1}{z} (u_i^n + u_{i+1}^n) + \frac{\Delta t}{z} \left[\phi(\bar{u}_{i+1/2}^n, \bar{\rho}_{i+1/2}^n) - \alpha(\bar{u}_{i+1/2}^n, \bar{\rho}_{i+1/2}^n) \frac{u_{i+1}^n - u_i^n}{\Delta x_i} - \beta(\bar{u}_{i+1/2}^n, \bar{\rho}_{i+1/2}^n) \frac{\rho_{i+1}^n - \rho_i^n}{\Delta x_i} \right] \quad (8)$$

ここで、 $\bar{u}_{i+1/2}^n = (u_{i+1}^n + u_i^n)/z$ 、 $\bar{\rho}_{i+1/2}^n = (\rho_{i+1}^n + \rho_i^n)/z$ 。おる step としては次の式を用いる。

$$\rho_i^{m+1} = \rho_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x'} \left[\frac{\rho_{i+1/2}^{m+1} + \rho_{i-1/2}^{m+1}}{z} (u_{i+1/2}^{m+1} - u_{i-1/2}^{m+1}) + \frac{u_{i+1/2}^{m+1} + u_{i-1/2}^{m+1}}{z} (\rho_{i+1/2}^{m+1} - \rho_{i-1/2}^{m+1}) \right] \quad (9)$$

$$u_i^{m+1} = u_i^n + \Delta t \cdot \left[\phi(\bar{u}_i^{m+1}, \bar{\rho}_i^{m+1}) - \alpha(\bar{u}_i^{m+1}, \bar{\rho}_i^{m+1}) \frac{u_{i+1/2}^{m+1} - u_{i-1/2}^{m+1}}{\Delta x'} - \beta(\bar{u}_i^{m+1}, \bar{\rho}_i^{m+1}) \frac{\rho_{i+1/2}^{m+1} - \rho_{i-1/2}^{m+1}}{\Delta x'} \right] \quad (10)$$

ここで、 $\bar{u}_i^{m+1} = (u_{i+1/2}^{m+1} + u_{i-1/2}^{m+1})/z$ 、 $\bar{\rho}_i^{m+1} = (\rho_{i+1/2}^{m+1} + \rho_{i-1/2}^{m+1})/z$ 、 $\Delta x' = (\Delta x_{i-1} + \Delta x_i)/z$ 。これより各時間、各節点における ρ 、 u を求めることができる。

次に、有限要素法による解析について述べる。これは空間変数に対しては重み付き残差法の一つである Galerkin 有限要素法を用いて定式化を行ない、また、時間変数に対しては z-step Lax-wendroff 法を用いて離散化を行なう。ただし、運動方程式を定式化する場合、式(4)、式(5)のよる非線形や複雑な関係式は線形近似してから定式化を行なえばよい。これで、与えられた初期条件、境界条件のもとに解けば、全ての未知量 ρ 、 u の値が求まることになる。

Ⅳ. あとがき

高次交通流モデルを用いることによって、交通の流れが現実に応じて再現できれば、この数値解析は、高速道路の渋滞の防止や信号交差点における待ち行列の調節など、現実問題の解消の有効な手段となる。

<参考文献>

- 1) Dimitrios E. Beskos et.al "TESTING OF DYNAMIC MODELS FOR SIGNAL CONTROLLED INTERSECTIONS"
- 2) 奥谷 巖, 若林 斜 "高次交通流モデルの数値解析" 土木学会中部支部研究発表会議要綱要集 (S. 69)