

岐阜大学 正員 大野 栄治

岐阜大学 正員 宮城 俊彦

1. はじめに

最適な交通システムの代替案を選択する場合、計画者は交通システムの種々の特性に応じた利用者の効用の変化を考慮するとともに、そのシステムの建設に要する費用も併せて考える必要がある。交通システムのもつ種々の属性と交通需要の関係は非集計モデルで表現でき、また、代替案選択にともなう効用も計算できることが明らかにされている。

本研究の目的は、交通需要が非集計ロジットモデルで表現できる場合の最適交通システム設計問題について、その特性を考察することである。すなわち、交通モード選択にともなう個人の効用は、交通システムの代替案集合（離散集合）についての関数となり、この場合の最適交通システム設計問題は離散変数に対する最適化問題となる。本研究では、非集計モデルにおける個人の期待効用がサアモジュラーな集合関数であることに着目して、既存交通システムとは異なる交通システムを導入する計画問題および既存交通システムの変更を含めた交通システム設計問題の最適解条件について考察している。

2. 問題の設定

今、ある地域に $j \in J$ という新交通システム（既存交通システムとは異なる交通システム）を導入する場合を考える。まず、その地域には $k \in K$ という個人および $i \in I$ という交通システムが存在すると仮定する。また、導入を計画している新交通システムの任意の代替案集合を $\{j\} \in J$ と仮定する。

ところで、交通システム i に応じた個人の効用を U_{ki} とし、次のようなランダム効用モデルで記述できるものと仮定する。

$$\tilde{U}_{ki} = \bar{U}_{ki} + \tilde{\varepsilon}_{ki} \quad (1)$$

$\bar{U}_{ki}$: 測定可能な効用

$\tilde{\varepsilon}_{ki}$: 測定不可能な効用

このとき、交通システムの集合 I に応じた個人の満

足度は、効用が最大となり、実際に選択する交通システム i に応じた効用の期待値を与えられ、次のように記述される。

$$S_k(I) = E[\max_i \tilde{U}_{ki}] \quad (2)$$

$S_k(\cdot)$: 個人の満足度関数

また、式(1)における $\tilde{\varepsilon}_{ki}$ が次に示すようなガンベル分布に従うと仮定する。

$$P\{\tilde{\varepsilon}_{ki} \leq \varepsilon\} = \exp[-\exp(-\beta\varepsilon)] \quad (3)$$

このとき、式(2)は次のようになる。

$$S_k(I) = -\frac{1}{\beta} \ln \sum_i \exp(-\beta \bar{U}_{ki}) \quad (4)$$

さて、新交通システム導入問題の設定を行なう。ここで、新交通システム j を導入する場合に要する費用を C_j とし、その導入にともなう社会厚生値を次式で定義する。

$$SW(I \cup j) = \sum_k S_k(I \cup j) - \sum_j C_j \cdot y_j \quad (5)$$

$SW(\cdot)$: 社会厚生関数

$y_j = \{0, 1\}$

したがって、新交通システム導入時の意思決定問題は次のような最大化問題として与えられる。

$$\max_{\{j\}} SW(I \cup \{j\}) \quad (6)$$

ところで、満足度関数 $S_k(I)$ は、次のような性質をもつ。

(i) 追加選択集合に関する単調増加性

$$S_k(I) \leq S_k(I \cup \{j\}) \quad (7)$$

(ii) 追加選択集合に関する逓減性

$$S_k(I \cup \{j\}) - S_k(I) \geq S_k(I \cup \{j\}) - S_k(I \cup \{l\}) \geq 0,$$

$$I \subseteq L \subseteq (I \cup J), \quad I \cap J = \{j\} \quad (8)$$

このように、式(7)、(8)の性質をもつ集合関数は非減少

であり、サブモジュラーとよばれている。したがって、社会厚生関数 $SW(I \cup \{j\})$ は、サブモジュラーな集合関数である。

3. 最適解の決定

さて、新交通システム導入における最適集合の決定方法を考える。まず、ある1つの新交通システム P の導入にともなう社会厚生値の変化量を次のような関数で定義する。

$$\Delta SW_P(I) = SW(I \cup P) - SW(I) \quad (9)$$

ここで、社会厚生関数 $SW(I)$ は、個人の満足度関数 $S_k(I)$ と同様にサブモジュラーな集合関数であり、次式が成立する。

$$\Delta SW_P(I) \geq \Delta SW_P(L), \quad I \subseteq L, \quad P \not\subseteq L \quad (10)$$

次に、複数の新交通システムの導入を考え、それらの組合せのうち予算制約を満たす任意の代替案集合を $\{P\} (\subseteq J)$ とする。ここで、導入を計画している新交通システムの代替案集合 P が最適解であるためには、次の条件を満たさなければならない。

$$\Delta SW_j(I \cup P) \leq 0, \quad \forall j \in \bar{P} \cap J \quad (11)$$

$$\Delta SW_j(I \cup P - j) \geq 0, \quad \forall j \in P \quad (12)$$

ここで、式(11)は集合 P に含まれない代替案 j を導入すると社会厚生値が減少することを意味し、また、式(12)は集合 P に含まれる代替案 j を廃止したときの社会厚生値の減少分を補償できるのは j 自身であることを意味している。

ところで、実際の地域開発を考えると、常に新交通システムの導入のみを計画しているわけではない。たとえば、鉄道の駅にバス路線を引き込むという計画は、鉄道またはバスといった単一モードの交通システムから鉄道+バスといった複合モードに転換することと意味している。ところが、式(11)、(12)には既存交通システムの改善あるいは廃止といった場合が含まれていない。そこで、既存交通システム i を廃止して新交通システムを導入する場合、代替案集合 P の最適条件は次式で与えられる。

$$\Delta SW_j(I \cup P - i) = \max_j \Delta SW_j(I \cup P - i) \geq 0$$

$$j \in \bar{P} \cap J + i \quad (13)$$

ここで、式(13)は集合 P に含まれない代替案 j を導入することによって既存交通システム i の廃止にともなう社会厚生値の減少分を補償しようとした場合にそれが可能なのは i 自身であることを示している。

以上の議論より、新交通システム導入問題の最適化による解がより現実に近いのであるが、次のような問題がまた残されている。すなわち、サブモジュラー集合関数の性質より、導入する代替案の順序が異なると同じ代替案集合でも社会厚生値が異なるのである。そこで、導入順序も考慮した代替案の組合せの集合を考えると、その数は非常に多くなって最適解を求めるのに膨大な労力がかかる。それゆえ、この問題と効率的に解くアルゴリズムが必要となるのであるが、現時点では決定的なものではなく、今後の課題として残される。

4. あわりに

本研究では、社会厚生関数がサブモジュラーな集合関数であることを示し、新交通システム導入という地域開発プロジェクトの評価方法を集合論的にアプローチしてみた。しかし、個人の満足度関数の設定や制約条件の考慮の問題をはじめとしてさらに検討しなければならない問題が残されている。また、人々の交通選択がトリップ連鎖的なトリップ集合という概念をもってなされるという観点から、サブモジュラー集合関数を交通行動分析の分野へ適用することも考えていきたい。

参考文献

- (1) Ben-Akiva, M. and Lerman, S.R. (1979) Disaggregate travel and mobility choice models and measures of accessibility.
- (2) Wolsey, L.A. (1983) Fundamental properties of certain discrete location problems.
- (3) Leonardi, G. (1983) The use of random-utility theory in building location-allocation model.