Ⅳ-172　爆風圧の静力学的等価圧力への換算法

正員　○岡本但夫
正員　三浦行政
日本大学　正員　木田哲量

1．目　的　原水爆の爆圧は極めて強大な圧力がごく短時間続いた後，時間とともに減衰する一過性の力で地震力の如く振動性のものではない。爆圧が箱形の構造物の前面壁に作用する時，その反射圧強度と時間との関係は図－1に示すような形状をとるものと見なされる。（サムエル・グラストーン著：原子力ハンドブック爆弾編；商工出版社版）　ただし，時間（$t_1 \to t_2$）間の反射圧力強度は厳密には指数関数に近い形状を示すのであるが，近似的に直線と見なす。（安全側になる）　この爆圧反射力を土木工学における設計などに便ならしめる為，これと等価な静力学的圧力に換算する。

2．爆圧反射力の方程式　まず，爆圧の初期（＝第1期；図－1）における，時間tの所の1期せん頭超過力pは次の式で表される。

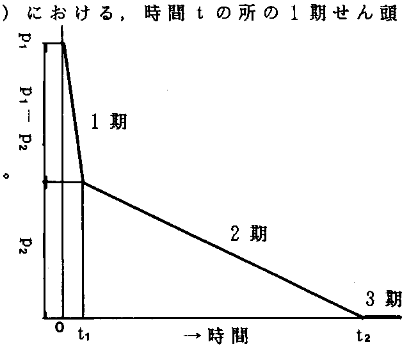
$$p = -(p_1 - p_2)\ t / t_1 + p_1 \quad \cdots\cdots (1)$$

ただし，この力pはフックの法則に従うものであるから，それによる変形量yは力学的に次の微分方程式を満足しなければならない。

$$w\, d^2y / dt^2 = -ky + p_1 - (p_1 - p_2)\ t / t_1 \quad \cdots (2)$$

この微分方程式を解き，境界条件〔$t = 0$で$y = 0$；$t = 0$で$dy/dt = 0$〕を適用する。

$$y = -p_1/k \times \cos\sqrt{k/w}\ t + (p_1 - p_2)/k\sqrt{k/w} \times \sin\sqrt{k/w}\ t + 1/k \times \{p_1 - (p_1 - p_2)\ t / t_1\} \quad \cdots (3)$$



図－1

ここで，第1期と第2期との境界点においてyおよびdy/dtは連続でなければならない。εを任意の正の小数とすると，次式が得られる。

$$y\Big|_{t = t_1 - \varepsilon} = -\frac{p_1}{k}\cos\sqrt{\frac{k}{w}}t_1 + \frac{p_1 - p_2}{k\sqrt{k/w}}\sin\sqrt{\frac{k}{w}}t_1 + \frac{p_2}{k} \quad \cdots\cdots (4)$$

$$\frac{dy}{dt}\Big|_{t = t_1 - \varepsilon} = \frac{p_1}{k}\sqrt{\frac{k}{w}}\sin\sqrt{\frac{k}{w}}t_1 + \frac{p_1 - p_2}{k\ \ t_1}\cos\sqrt{\frac{k}{w}}t_1 - \frac{p_1 - p_2}{k\ \ t_1} \quad \cdots\cdots (5)$$

つぎに，第2期における時間tの所のせん頭超過圧力pの方程式は式（6）で与えられ，この場合の変形量yの微分方程式は式（7）となる。

$$p = p_2/(t_1 - t_2) \times t - p_2 t_2/(t_1 - t_2) \cdots (6), \quad w\, d^2y/dt^2 + ky = p_2 t/(t_1 - t_2) - p_2 t_2/(t_1 - t_2) \cdots (7)$$

ここで，C，Dを積分定数とすると，式（7）の一般解は式（8）として得られる。

$$y = C\cos\sqrt{k/w}\ t + D\sin\sqrt{k/w}\ t + p_2/k \times (t - t_2)/(t_1 - t_2) \quad \cdots (8)$$

なお，この第2期と第1期の接合点すなわち時間t_1においては，εを任意の正の小数とすると，式（8）より，次の式が得られる。

$$y\Big|_{t = t_1 + \varepsilon} = C\cos\sqrt{\frac{k}{w}}t_1 + D\sin\sqrt{\frac{k}{w}}t_1 + \frac{p_2}{k} \quad \cdots\cdots (9)$$

$$\frac{dy}{dt}\Big|_{t = t_1 + \varepsilon} = -C\sqrt{\frac{k}{w}}\sin\sqrt{\frac{k}{w}}t_1 + D\sqrt{\frac{k}{w}}\cos\sqrt{\frac{k}{w}}t_1 + \frac{p_2}{k}(t_1 - t_2) \quad \cdots\cdots (10)$$

しかるに，第1期と第2期との接合点（時間t_1）における境界条件は式（11），（12）が成立するので，これより積分定数C，Dを決定する。

$$y\Big|_{t = t_1 - \varepsilon} = y\Big|_{t = t_1 + \varepsilon} \cdots\cdots (11), \quad \frac{dy}{dt}\Big|_{t = t_1 - \varepsilon} = \frac{dy}{dt}\Big|_{t = t_1 + \varepsilon} \cdots\cdots (12)$$

$$C = \frac{1}{k}\left[-p_1 + \left(\frac{p_2}{\sqrt{k/w}\ (t_1 - t_2)} + \frac{p_1 - p_2}{t_1\sqrt{k/w}}\right)\sin\sqrt{\frac{k}{w}}t_1\right] \quad \cdots\cdots (13)$$

$$D=\frac{1}{k}\left[\frac{p_1-p_2}{\sqrt{k/w}\,t_1}-\left(\frac{p_1-p_2}{\sqrt{k/w}\,t_1}+\frac{p_2}{t_1-t_2}\right)\cos\sqrt{\frac{k}{w}}t_1\right] \quad \cdots\cdots (14)$$

また，第３期における爆圧反射力 p は負になる領域であるが，ここでは，０と仮定する。よって，この場合の微分方程式は，式（15）となり，その一般解は式（16）で与えられる。（E，Fは積分定数）

$$w\,d^2y/dt^2=-ky \quad \cdots\cdots (15),\quad y=E\cos\sqrt{k/w}\,t+F\sin\sqrt{k/w}\,t \quad \cdots\cdots (16)$$

ここで，第２期と第３期との接合点（時間 t_2）における境界条件式は，式（17），（18）における場合と同様な手法で積分定数E，Fを決定することができる。

$$y\Big|_{t=t_2-\varepsilon}=y\Big|_{t=t_2+\varepsilon} \quad \cdots\cdots (17),\quad \frac{dy}{dt}\Big|_{t=t_2-\varepsilon}=\frac{dy}{dt}\Big|_{t=t_2+\varepsilon} \quad \cdots\cdots (18)$$

$$E=C-\frac{p_2\sin\sqrt{k/w}\,t_2}{k\sqrt{k/w}\,(t_1-t_2)} \quad \cdots\cdots (19),\quad F=D+\frac{p_2\cos\sqrt{k/w}\,t_2}{k\sqrt{k/w}\,(t_1-t_2)} \quad \cdots\cdots (20)$$

３．等価静荷重の計算　爆圧反射力によって起こる最大変位と等しい変位 y を起こす静荷重の大きさQを求める。この場合の微分方程式は式（21）で与えられ，その一般解は式（22）で得られる。

$$w\,d^2y/dt^2+ky=Q \quad \cdots\cdots (21),\quad y=G\cos\sqrt{k/w}\,t+H\sin\sqrt{k/w}\,t+Q/k \quad \cdots (22)$$

ここで，積分定数G，Hは境界条件〔$t=0$ で $y=0$；$t=0$ で $dy/dt=0$〕から，$G=-Q/k$，$H=0$ と決定されるので，一般式は式（23）で示される。そこで，変位 y の極大値を y_{max}，その生ずる時間を t_m とすれば，第２期では式（８），第３期では式（16）から t_m を得ることができるので，これを式（23）に代入する事によって y_{max} が得られる。よって等価静荷重強度Qは式（26）となる。

$$y=-Q/k\cdot\cos\sqrt{k/w}\,t+Q/k \quad \cdots (23),\quad t_m=\pi/\sqrt{k/w},\ 3\pi/\sqrt{k/w} \quad \cdots (24)$$

$$y_{max}=2Q/k \quad \cdots\cdots (25),\quad Q=k\,y_{max}/2 \quad \cdots\cdots (26)$$

４．適　用　例　大都市中枢部の建物には大型鉄筋コンクリート構造物が多いことから，この換算法の適用例として高さH＝42m（階間 3.5m，12階），幅B＝50mの鉄筋コンクリート構造物を用いた。建築研究所の資料（1979年版）によれば，建築構造物の固有振動周期Tは鉄構造以外の場合には，T＝0.02Hとあるので高さH＝42mの構造物では，t＝0.84秒となる。鉄筋コンクリートの比重を 2.4とするが，これに容積を乗じた質量 w の値は未定である。しかし，周期が与えられた場合には，k/w は一定となるから，式（13），（14）からして，C/k と D/k は一定となるので，式（８）より yk は一定となる。しかるに，$Q=y_{max}k/2$ であるから，これで目的の静荷重強度Qも与えられることとなる。

ここでは，１メガトン水爆が地上２kmの上空で爆発した場合，爆心より1.3 Mile（＝2092m；マッハ波が発生する最短距離）の所で構造物の正面に作用する爆圧を計算する。各種の数値，公式等は原子力ハンドブック爆弾編（前記）による。空気の常圧；p_0＝10.33ton/㎡，空気のせん頭超過圧力；p＝10.92t/㎡，空気のせん頭超過動圧；q＝2.52t/㎡，合計超過圧力；$p_2=p+q$＝13.44t/㎡，せん頭超過圧力の正圧部継続時間；t_2-t_1＝2.14sec

次に，第１期の時間 t_1（＝3S/U）を求める。ここで，Sは構造物の高さHと幅Bの½のうちの小さな方の値である。また，Uは衝撃波の伝播速度で次式で与えられる。（なお，C_0 は音速である。）

$$U=C_0(1+6p/7p_0)^{\frac{1}{2}}=340\{(1+6\times10.92)/(7\times10.33)\}^{\frac{1}{2}}=469.4\text{m/sec}$$

$$\therefore\quad t_1=3\times25/469.4=0.16\text{sec},\quad t_2=2.14+0.16=2.30\text{sec}$$

さらに，爆圧において最大値をとる構造物の表面に直角に入射した時に生じる反射波の瞬間的超過圧力 p は次式で与えられる。

$$p_1=2p\{(7p_0+4p)/(7p_0+p)\}=30.44\text{t/㎡}$$

したがって，p_1-p_2＝17.0t/㎡を得るので，これらの諸値を用いて，第２期，第３期の t_m と y_{max} を求め，そのうちの最大値をとる。

$$\therefore\quad y_{max}=0.2501\text{m}\ (t_m=0.34\text{sec})$$

よって，その等価な静力学的圧力は，Q＝16.79 t/㎡となる。