Ⅳ－165　新しい配分モデルとそのパラメータ推定について

岐阜大学　学生員　○小川 俊幸
岐阜大学　正員　宮城 俊彦
岐阜大学　正員　加藤 晃

1．本研究の目的

ランダム効用理論を基礎とした交通統合モデルから、利用者均衡配分と確率均衡配分を統一的に説明する配分モデルが得られることが明らかにされている[1]。すなわち、統一的配分モデルは経路情報に関する不確実さを反映するパラメータを含むが、このパラメータの大小によって、統一的配分モデルは利用者均衡を表わすモデルとなったり、確率均衡を表わす配分モデルとなったりする。

本研究の目的は、上述の経路情報パラメータの性質を計算例を通して実証的に示すことであり、また、実測交通量からのその推定法について考察することである。

2．統一的配分モデルとその特性

ランダム効用理論と矛盾しないように提案された交通統合モデルにおいて、単一モードを考え、また発生量，分布交通量は既知とすると次のようなモデルを得る。

［P1］目的関数：$F(\mathbf{T}) \longrightarrow$ 最小化

$$F(\mathbf{T})=\frac{1}{\alpha}\sum_i\sum_j\sum_m T_{ij}^m \ln T_{ij}^m+\sum_\ell\int_0^{f_\ell}C_\ell(f)\,df \qquad (1)$$

$$\text{s.t.}\quad \sum_m T_{ij}^m = T_{ij} \qquad T_{ij}^m \geq 0 \qquad (2)$$

ここで　T_{ij}：ij ゾーン間の分布交通量
T_{ij}^m：ij ゾーン間の m 番目経路利用交通量
f_ℓ：リンク ℓ の利用交通量
$C_\ell(\cdot)$：リンク ℓ のパフォーマンス関数

ただし　$$f_\ell=\sum_i\sum_j\sum_m \delta_{\ell,m}^{ij}\, T_{ij}^m \qquad (3)$$

［P1］の均衡条件は、Lagrange 未定乗数法で求めることができ、以下の様になる。

$$T_{ij}^m=\frac{T_{ij}\exp(-\alpha\cdot C_m^{ij})}{\sum_s \exp(-\alpha\cdot C_s^{ij})} \qquad (4)$$

ただし　$$C_m^{ij}=\sum_\ell \delta_{\ell m}^{ij}\, C_\ell(f) \qquad (5)$$

［P1］を解くことは以下に示すランダム効用モデルの誘導と等価な意味をもつ。今、ODペア ij が固定されたとき、経路 m を選択する効用を $\tilde{U}_{m|ij}$ とする。

$$\tilde{U}_{m|ij}=V_{m|ij}+\tilde{\varepsilon}_{m|ij} \qquad (6)$$

ここで　$V_{m|ij}$：測定しうる効用
$\tilde{\varepsilon}_{m|ij}$：ランダム効用

経路 m を選択することの効用 $V_{m|ij}$ は、所要費用 C_m^{ij} の安さによって決まるであろう。よって

$$\tilde{U}_{m|ij}=-C_m^{ij}+\tilde{\varepsilon}_{m|ij} \qquad (7)$$

とおく。経路 m の選択確率 P_m^{ij} は、$\tilde{\varepsilon}$ がガンベル分布と仮定するとき

$$P_m^{ij}=\frac{\exp(-\alpha\cdot C_m^{ij})}{\sum_s \exp(-\alpha\cdot C_s^{ij})} \qquad (8)$$

となる。したがって、式(4)と式(8)のモデルパラメータ α は同じものである。すなわち、α はガンベル分布の形状を決めるパラメータであり、次のように与えられる。

$$\alpha^2=\frac{\pi^2}{6\cdot\sigma^2} \qquad (9)$$

ここで σ^2 は、経路選択に伴なうランダム効用の不確実性のバラツキを表わす尺度である。したがって、経路選択において不確実性が増すならば α は小さな値となり、式(1)において第1項が優勢となり、［P1］は Dial が提案したような確率配分モデルとなる。一方、逆の場合には、$\alpha\to\infty$ となり［P1］は利用者均衡問題となる。なお［P1］は Fisk によって与えられた問題であるが[2]、α を式(9)のように確率分布との関係で定義しておらず、そのもつ意味があいまいであった。

ところで、Daganzo は多項ロジットモデルで定義される満足度関数を用いて確率配分モデルを定式化したが[3]、Fisk モデルと Daganzo モデルは共役な関係であることも明らかにされており[4]、したがって［P1］を解くことと Daganzo モデルを解くことは同じ問題を解いていることになる。この点について、単一ODペアの簡単なネットワークに両モデルを適用し理論の妥当性を確認した。また、計算には Newton-Raphson 法を適用したが、その結果、次のことが明らかになった。すなわち、Fisk モデルでは α が大きいとき、Daganzo モデルでは α が小さいときに収束が不安定となる。この点を解決するため一定ステップ幅の Frank-Wolfe 法を適用

し、αの大きさに関係なく収束することを確かめたが、収束までの時間がかかりすぎるといった問題点が残った。以上の数値例は頁数の関係上割愛したが、講演時に報告する。

3. パラメータαと交通均衡状態の関係

次に図-1の様な単一ODペアの模擬ネットワークを考え、分布交通量 $T_{ij}=100$ を Frank-Wolfe法で配分した[5]。この模擬ネットワークには、利用可能経路が5本存在する。経路1：①→②→⑤，経路2：①→③→②→⑤，経路3：①→③→⑤，経路4：①→③→④→⑤，経路5：①→④→⑤ とした時、各経路費用とパラメータαの関係を図-2に示した。

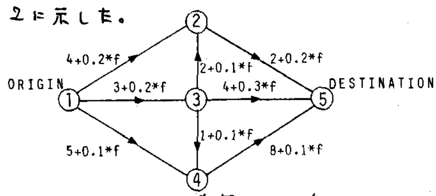

図-1 模擬ネットワーク

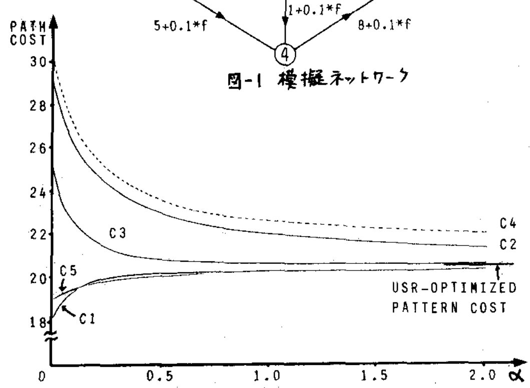

図-2 経路費用とパラメータαの関係

図-2からは、αが小さい時には各経路費用のバラツキが大きいが、αが大きくなるにつれ、各経路費用が利用者最適化パターン時の利用経路費用(20.4)に近づくことがわかる。このことは、式(9)の説明を裏づけている。

4. 経路交通量データからのパラメータαの推定方法

これまでの議論で、統一配分法は、確率配分と利用者均衡配分の両方を含んだ問題を与えることがわかった。

現実の交通フローパターンは、その中間に存在すると思われ、αをどのように求めるかが現実の交通状況を再現するのに重要となる。ここでは、最尤推定法を用いたパラメータαの推定方法の一例を示す。ここで考えるネットワークは模擬ネットワーク図-1とする。

今、経路交通量の実測値 T_{ij}^{m*} が与えられており、また経路mを利用する確率が式(8)で与えられているとき、経路選択に関する対数尤度関数は以下の式で与えられる。

$$S(\alpha)=\sum_m T_{ij}^{m*} \ln P_m^{ij} \qquad (10)$$

最尤推定値 $\hat{\alpha}$ は、次の非線形方程式の解で与えられる。

$$\frac{dS}{d\alpha} = -\sum_m T_{ij}^{m*} C_m^{ij} + T_{ij}\sum_m P_m^{ij} C_m^{ij} = 0 \qquad (11)$$

$(k-1)$回目でのαの推定値 α^{k-1} が与えられているものとし、方程式(11)の非線形項を α^{k-1} のまわりでテーラー展開し、線形近似すると

$$\sum_m \frac{T_{ij}^{m*}}{T_{ij}} C_m^{ij} = E\left[C_m^{ij}(\alpha^{k-1})\right] + (\hat{\alpha}-\alpha^{k-1})\frac{dE\left[C_m^{ij}(\alpha)\right]_{\alpha=\alpha^{k-1}}}{d\alpha} \qquad (12)$$

ここで

$$E\left[C_m^{ij}(\alpha)\right] = \sum_m P_m^{ij} C_m^{ij} \qquad (13)$$

$$\frac{dE\left[C_m^{ij}(\alpha)\right]}{d\alpha} = -\sum_m C_m^{ij\,2} P_m^{ij} + E\left[C_m^{ij}\right]^2 \qquad (14)$$

これを反復計算でαについて解けばよい。ここで、実測交通量 T_{ij}^{m*} に $\alpha=0.1,\ 1.0$ と固定し Frank-Wolfe法で求めた配分交通量を代入してみると、推定値 $\hat{\alpha}$ は

$$\alpha=0.1 \longrightarrow \hat{\alpha}=0.0990,\quad \alpha=1.0 \longrightarrow \hat{\alpha}=1.0179$$

となり、実測交通量を与えるもととなったαとほぼ一致している。このことは、実測の経路交通量が求められるならば、その実測交通量を統計的にもっともよく説明できるαを求めることができ、したがって、将来交通量の配分に有効に生かせることがわかる。しかしながら、大規模ネットワークにおいては経路交通量を測定するのは困難であるので、測定が簡単なリンク交通量からのパラメータαの推定方法が今後の課題である。

参考文献

(1) 宮城俊彦、加藤晃 (1984) ランダム効用理論を基礎とした交通統合モデル、土木計画学研究・論文集 Vol. 1 pp. 99～106

(2) Fisk, C (1980) Some developments in equilibrium traffic assignment. Trans. Res. 14B pp. 243～255

(3) Daganzo, C. F (1979) Multinomial probit: The theory and its application to demand forcasting. Academic Press

(4) 宮城俊彦 (1982) 双対交通均衡モデル—交通モード均衡を例に—、第4回土木計画学研究発表会講演集 pp.403～412

(5) Y. Sheffi & W. Powell (1982) The convergence of equilibrium algorithms with predetermined step Trans. Science, Vol.16