

神戸大学工学部 正員 川井隆司
 神戸大学工学部 正員 枝村俊郎
 神戸大学大学院 学生員 松尾義弘

1. はじめに

通常、集計ロジットモデルの効用関数には線形効用関数を用いられている。線形効用関数を仮定することは、とりもなおさず、ブラックボックス型の効用関数を仮定することであり、一般に効用関数が具備すべき限界効用逓減の法則を満足しない。また、限界効用逓減の法則を満足する非線形効用関数として、非線形変換を用いた関数を仮定するとしても、その関数形には多種多様なものが考えられ、説明変数が数学的制約をうけることから問題点が残る。よって、効用関数の同定問題は効用のメカニズムの複雑さにより非常に困難である。

本研究では、集計ロジットモデルの効用関数をブラックボックス型の非線形関数ととらえ、その同定問題に改良型GMDH手法を用いた改良型集計ロジットモデルによるマストラ分担率推定について、種種のモデルとの比較評価を通してその有効性を検討する。

2. 改良型集計ロジットモデル

非線形効用関数を用いて改良した集計ロジットモデルを式(1)で示す。ロジットモデルは非線形モデルであり、簡単な式変形を行うことにより式(1)と同等な式(2)が導ける。ここで、式(2)の右辺は改良型集計ロジットモデルの非線形効用関数である。この効用関数の非線形化には対数変換やべき変換などの簡便な変数変換手法がよく用いられる。効用関数の非線形化に変数変換を用いることの利点は、効用関数の論理性が優れることである。その反面、効用関数同定の唯一性が欠け、数学的な制約条件が付加されることにより効用関数同定に問題点を残す。以上の非線形効用関数の同定に関する問題点を克服するアプローチとして、赤池の情報量規準AICを用いた改良型GMDH手法を用いることが考えられる。この改良型GMDH手法を用いて効用関数を同定することは、効用の論理性を明示的に効用関数に組み入れることを意味しない。しかしながら、線形効用関数すなわちブラックボックス型の効用関数に、変数変換などの手法を用い、効用の非線形性を明示的に効用関数に組み入れたとしても、工学的な問題解決型のモデルとしてはあまり改善効果が期待できない。このような考え方により、効用関数の同定手法に改良型GMDH手法を用いた改良型集計ロジットモデルを作成した。また、同定手法としてGMDH手法を用いた理由は、少数のデータで非線形モデルの同定ができることであり、基本的GMDHではなく改良型GMDH手法を用いた理由は、種種の発見的規範(ヒューリスティクス)が軽減できることによる。

$$P_{ij} = \frac{1}{1 + \exp\{-f(x)\}} \quad \text{----- (1)} \quad , \quad \ln \frac{P_{ij}}{1 - P_{ij}} = f(x) \quad \text{----- (2)}$$

ただし、 P_{ij} はゾーンペア*i*-*j*におけるマストラ分担率である。また、 $f(x)$ は改良型GMDH手法により同定された非線形効用関数である。

3. 他のモデルとの比較評価

改良型集計ロジットモデルの有効性を検討するために、マストラ分担率モデルに適用し、他の種種のモデルとの比較検討を行なった。比較に用いたモデルは改良型集計ロジットモデルを含めて計6モデルである。すなわち、3種の集計ロジットモデルと2種の重回帰モデルと改良型GMDHモデルである。また、使用したデータは昭和53年度播磨都市圏P.T.の4析ゾーンO.D.データである。なお、各モデルに用いた説明変数を表1に示す。

つぎに、比較評価に用いた各評価指標の特性について説明する。まず絶対値平均誤差と2乗平均誤差とは、ともに小さければ小さいほど、モデルの推定精度の高いモデルであることを意味している。さらに、相関係数の評

価指標は実績値の変動への推定値の追従性を意味している。すなわち、この指標が正の1に近いほど、実績値に対する推定値の線形性が強いことを表している。最後の標準偏差の比は、1に近いほど、実績値と推定値とのばらつきの程度が等しいことを意味している。ゆえに表2より、どの評価指標に関しても、線形効用関数を用いた集計ロジットモデルの精度に対し、改善率がつねに一番高いのが改良型集計ロジットモデルであった。たとえば、相関係数の評価指標の場合は59.8%も改善されている。また、改善率がつねに低いのが重回帰モデルであった。さらに、改良型GMDHモデルはつねに改良型集計ロジットモデルに比べ、改善率がわずかに低かった。

マストラのコスト減少によるマストラ分担率の予測例を図示した図より、改良型GMDHモデルは推定精度では改良型集計ロジットモデルとほぼ等しいにもかかわらず、非線形特性が非常に異なる。そして、他のモデルと比較した結果、改良型集計ロジットモデルの非線形特性が、効用の論理的観点から優れていることが理解できる。

4. おわりに

改良型GMDH手法により同定された、非線形効用関数を用いた改良型集計ロジットモデルの有効性が検討された結果、ここで検討された6モデルのうちではその有効性が確かめられた。

ロジットモデルの効用関数の非線形同定問題にはあまりふれられていない。にもかかわらず、ロジットモデルの理論的背景の1つとして、消費者効用最大化理論に根差していることがよく指摘される。よって、ロジットモデルの効用関数を同定する際、その非線形同定問題を避けて通ることはできないであろう。本研究では、マストラ分担率モデルに集計2項ロジットモデルを適用する際に生ずる非線形効用関数同定問題に一考察を加えたものである。今後、非集計ロジットモデルや多項ロジットモデルに対する非線形効用関数同定問題に考察を加える必要がある。最後に、研究を進めるにあたり多大なご協力を惜しまれなかった元神戸大学学生の牛塚明宏氏に感謝いたします。

参考文献

- (1) 青山吉隆、壁谷康峰; 生活環境評価関数への改良形GMDHの適用, 第5回土木計画学研究発表会講演集, P.P. 269~272, 1983.
- (2) 近藤正, 田村坦之; 情報量基準AICを用いて中間表現式を自己選択する改良形GMDH, 計測自動制御学会論文集, P.P. 466~471, 1979.

表1. 説明変数

説明変数 モデルの種類	所等時間差 (マストラ-自動)	コスト差 (マストラ-自動)	ゾーン間距離	鉄道駅-バス停 器 度	自動車保有率
集計ロジットモデル	○	○	○	○	○
改良型集計ロジットモデル	○	○	○	○	○
対数変換を用いた 集計ロジットモデル	×	○	○	○	○ ^(注)
線形重回帰モデル	○	○	○	×	○
ボックス-コックス変換を 用いた重回帰モデル	○	○	○	○	○
改良型GMDHモデル	×	○	○	○	○

ただし ○; モデルに取り入れられた X; モデルから取り除かれた
(注) この変数はモデルには取り入れられたが線形変換のままである

表2. モデルの比較評価

評価指標 モデルの種類	絶対値平均誤差 $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{Y}_i - Y_i $	2乗平均誤差 $\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{Y}_i - Y_i)^2}$	相関係数 $\frac{r_{\hat{Y}Y}}{\sigma_{\hat{Y}} \sigma_Y}$	標準偏差の比 $\frac{\sigma_{\hat{Y}}}{\sigma_Y}$
集計ロジットモデル	0.2863 (0.0)	0.4519 (0.0)	0.3954 (0.0)	0.5061 (0.0)
改良型集計ロジットモデル	0.2250 (21.4)	0.3301 (27.1)	0.6319 (59.8)	0.7423 (46.7)
対数変換を用いた 集計ロジットモデル	0.2656 (7.2)	0.4066 (10.0)	0.4855 (22.8)	0.6066 (19.9)
線形重回帰モデル	0.2812 (1.8)	0.4478 (0.9)	0.4109 (3.9)	0.4606 (-9.0)
ボックス-コックス変換を 用いた重回帰モデル	0.2839 (0.9)	0.3759 (16.8)	0.3914 (-1.0)	0.6384 (26.1)
改良型GMDHモデル	0.2267 (20.8)	0.3332 (26.3)	0.6116 (54.7)	0.6862 (35.6)

ただし N; データ数 Y_i ; i番目実績値 $\hat{Y}_i$; i番目推定値
 $r_{\hat{Y}Y}$; 実績値と推定値の共分散 $\sigma_{\hat{Y}}$; 推定値の標準偏差 σ_Y ; 実績値の標準偏差
() 内の数字は集計ロジットモデルを基準としたときの各モデルの改善率を百分率表示したものである。

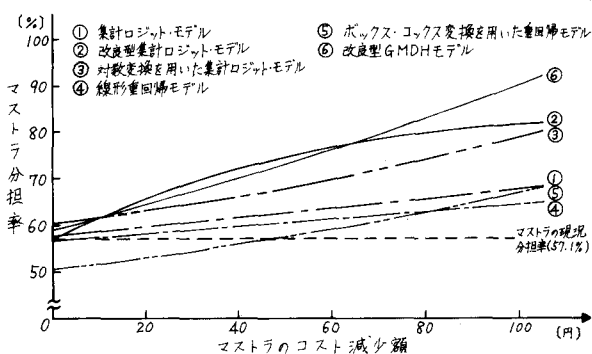


図. マストラのコスト減少によるマストラ分担率の予測例