

戸田建設

○安田 好伸

名古屋大学工学部

京谷 孝史

名古屋大学工学部

市川 康明

名古屋大学工学部

川本 眺万

1.はじめに 内部摩擦性を有する岩質材料に対する弾塑性理論において関連流れ則を適用した場合、ダイラテンシーを過大に評価することが知られている。そのため非関連流れ則が適用されるが、塑性ポテンシャル関数を決定するのは多くの場合非常に困難である。本研究では、ダイラテンシー関数(体積塑性ひずみ増分と偏差塑性ひずみ増分の比)を用いることで、非関連流れ則を適用した場合でも塑性ポテンシャル関数を陽に決定することなく構成則が誘導できることを示し、これを多孔質凝灰岩の大谷石の力学挙動に適用し、その構成則を決定する。また、硬化関数の決定にはラプラス変換の離散スペクトル理論を用いる。さらに数値解析によりこれらの妥当性を検討する。

2.ダイラテンシー関数を用いた弾塑性構成則の誘導 大谷石の降伏関数は等方ひずみ硬化を仮定したDrucker-Prager型の次式で表わされる。

$$f = \sqrt{J_2} + \alpha \bar{\sigma} - K(\varepsilon^p) = 0 \quad (1)$$

J_2 : 偏差応力の2次不変量, $\bar{\sigma}$: 平均応力, $K(\varepsilon^p)$: 硬化関数

また、塑性ポテンシャル関数 g を仮定した非関連流れ則は、

$$d\varepsilon^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \varepsilon} \quad (2)$$

であり、ダイラテンシー関数 β を

$$\beta = d\varepsilon^p / d\varepsilon^p \quad (3)$$

ε^p : 体積塑性ひずみ, $d\varepsilon^p = \sqrt{de_p^2 + de_s^2}$, e_p^p : 偏差塑性ひずみと定義する。偏差応力テンソル ε と平均応力テンソル $\bar{\sigma} = \bar{\sigma} \mathbf{I}$ ($\mathbf{I}$: 単位テンソル)の直交性($\varepsilon \cdot \bar{\sigma} = 0$)を利用すると(4)式は、

$$d\varepsilon^p = \lambda \left(\frac{\partial g}{\partial \varepsilon} + \frac{\partial g}{\partial \bar{\sigma}} \mathbf{I} \right) \quad (4)$$

となる。ここで、 $d\varepsilon^p$ と ε , $d\varepsilon^p (\varepsilon^p = \varepsilon^p \mathbf{I})$ と $\bar{\sigma}$ がそれぞれ共軸性を有すると仮定すると(4)式より

$$d\varepsilon^p = \lambda \left\| \frac{\partial g}{\partial \varepsilon} \right\| \left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{J_2}} + \beta \mathbf{I} \right) \quad \left(\frac{\partial g}{\partial \varepsilon} / \left\| \frac{\partial g}{\partial \varepsilon} \right\| = \frac{\varepsilon}{\sqrt{J_2}} \right) \quad (5)$$

となる。さらに、Pragerの適応条件 $df = 0$ を適用すると

$$\lambda = \frac{1}{h \left\| \frac{\partial g}{\partial \varepsilon} \right\|} \left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{J_2}} + \beta \mathbf{I} \right) \cdot d\varepsilon \quad (6)$$

$$h = -\frac{\partial f}{\partial K} \frac{\partial K}{\partial \varepsilon^p} \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{J_2}} + \beta \mathbf{I} \right) = \frac{\partial K}{\partial \varepsilon^p} + \beta \frac{\partial K}{\partial \varepsilon^p} \quad (7)$$

となり、これを(6)式に代入すると弾塑性構成則は

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p = \varepsilon \, d\varepsilon + \frac{1}{h} \left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{J_2}} \cdot d\varepsilon + \beta d\varepsilon \right) \left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{J_2}} + \beta \mathbf{I} \right) \quad (8)$$

ε : 弾性コンプライアンス

または、逆に

$$d\varepsilon = \left[\varepsilon - \frac{\varepsilon \left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{J_2}} + \beta \mathbf{I} \right) \left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{J_2}} + \beta \mathbf{I} \right) \cdot d\varepsilon}{h + \left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{J_2}} + \beta \mathbf{I} \right) \cdot \varepsilon \left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{J_2}} + \beta \mathbf{I} \right)} \right] d\varepsilon \quad (9)$$

と求まる。

3.大谷石への適用 高剛性試験機を用いた圧縮試験結果

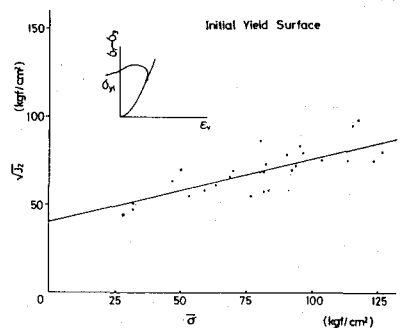


図 - 1

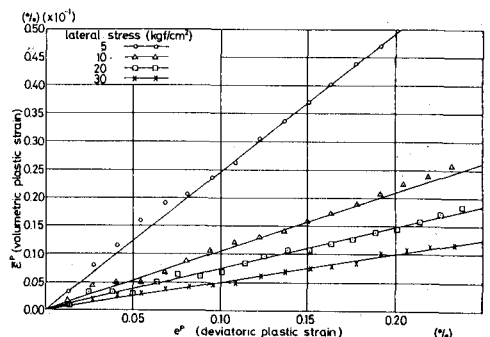


図 - 2

より得られたパラメータ α , β , h は自然乾燥状態の大谷石に対しては次のように求まった。図1より, $\alpha = 0.363$ となり, 図5より β は拘束圧に依存した一定値を示し, $\beta = \frac{1.8}{\sigma_3 - 2.0} - 0.024$ (σ_3 : 拘束圧) と定まる。硬化関数 $K(\xi^p)$ は, 実験結果より得られた曲面(図3)で示される。この曲面の数式化には, 以下に示すラプラス変換の離散スペクトル理論を用いた。すなわち, 図3の曲面より偏差塑性ひずみ e^p に関しては単調増加であり, 体積塑性ひずみ ξ^p に関しては単調減少であることがわかるので, ラプラス変換により

$$K = K_0 + \int_0^\infty \int_0^\infty \phi(\xi, \eta) \{ \exp(-e^p/\eta) \} \{ 1 - \exp(-e^p/\xi) \} d\xi d\eta \quad (10)$$

と表せる。この離散式は,

$$K = K_0 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m A_{ij} \{ \exp(-e^p/\eta_j) \} \{ 1 - \exp(-e^p/\xi_i) \} \quad (11)$$

であるが, 離散スペクトル η_i, ξ_i は図4のように各 e^p 毎に $e^p \frac{\partial^2 K}{\partial e^p}$ をプロットした曲線が大域的にピークを示す点の e^p , e^p の値から定められる。この大谷石に対しては図4のように2つのピークが存在し, $\eta_1 = 0.9 \times 10^{-4}$, $\xi_1 = 6.5 \times 10^{-4}$, $\eta_2 = 1.2 \times 10^{-3}$, $\xi_2 = 2.0 \times 10^{-3}$ と推測できる。また, 最小2乗近似により, $A_1 = 34.5$, $A_2 = 52.0$, $K_0 = 40.0$ と求められる。

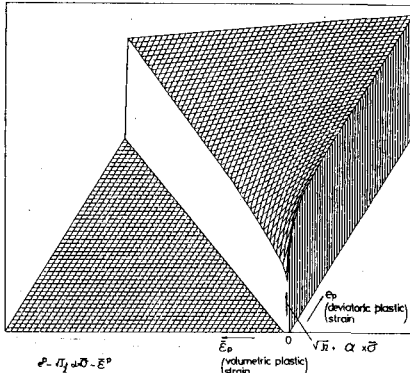


図-3

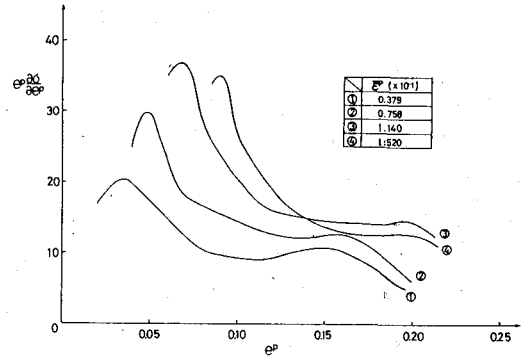


図-4

4. 数値解析結果 図5, 6 は三軸試験を有限要素法によってシミュレートした結果と実験結果を比較したものであり, 図5に硬化関数, 図6に偏差応力とひずみ応答を示す。

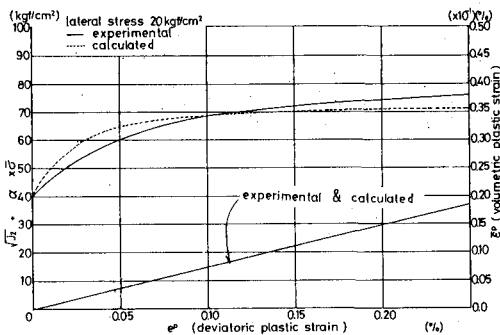


図-5

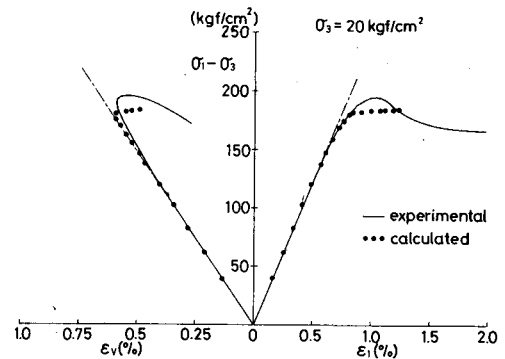


図-6

5. おわりに ダイレクシ-関数を導入することにより, 非関連流れ則を適用した弾塑性構成則が塑性ポテンシャル関数を決定することなく定式化できることを示した。また, 硬化関数をスペクトル解析により決定する方法は, 岩のような塑性ダイレクシ-を示す材料に対して非常に有効な手段であることがわかった。

6. 参考文献 Rudniki, J.W., and Rice, J.R.; Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials J. Mech. Phys. solids, Vol. 23, 1975, PP. 371-394

山本三三三; 材料科学のための物体の変形学, 誠文堂, 1979, PP. 150-219