

京都大学農学部 正員 村上 章
同上 正員 長谷川 高士

1. はじめに

圧密による地盤の沈下・変形といった現象は構造物の設計にあたり考慮すべき項目であるが、その予測問題に関する研究は従来から数多く行なわれてきている。こうした予測には「Aランクの予測」と「Bランクの予測」とがある¹⁾けれども、本文では後者に立脚して施工中の観測データを基にした、以後(将来)オンライン予測について述べる。

2. 浅岡モデルとKalmanフィルタ理論

Bランク予測法には、幾つかのモデルが存在する¹⁾がこのうち浅岡モデル^{2),3)}に注目する。これは一次元では(1)式(三並)、多次元では(2)式(Bis)に基づくが、最終的には(1)式から(3)式、(2)式から(4)式のauto-regressiveモデルが導出される。(3)及び(4)式はそれぞれ一次元、多次元表現であるが、(4)式の $\{\beta_s\}$ は各節点(それぞれの i)について独立であるから、(4)式は(3)式の、位置及び方向に関する集合体と成る。

両式において係数列 $\{\beta_s\}$ が未知数であり、観測中のデータを用いてこれを決定するところとなる。係数列を定めてやれば(対象とする系における(3)、(4)式の解を求めてやれば)、直ちに将来予測を実行することができる(Fig. 1)。この係数決定過程にKalmanフィルタ理論⁴⁾を用いることとする。Kalmanフィルタ理論は、系が(5)、(6)式にあらわされるような線形システムを形成する時、状態の最尤推定値 $\hat{x}_t$ を逐次与えるオンラインデータ処理アルゴリズムである。フィルタは状態の最尤推定値を与える線形システムと推定誤差の共分散行列が満足するリカチ方程式とから構成され、リカチ方程式の一意解として逐次にフィルタゲイン(カルマンゲイン)を得る。そのアルゴリズムは(7)～(12)式に示す通りである。

今、観測値から推定すべき状態量は、未定係数列であるので、状態量 x_t に $\{\beta_s\}$ を相当させる。そこで(3)或は(4)式を観測式(6)に与えればそれぞれ(13)或は(15)式となるが、浅岡モデルに注目した理由はこうした定式化の容易さにある。この時、状態式には未定係数列の定常条件を与えると、観測式に相応して(14)或は(16)式を得る。(13)、(14)式或は(15)、(16)式のpairを、Kalmanフィルタアルゴリズムに与えることにより、対象とする系における解を求めることができる。

予測のオンライン性はこのようにして得られた係数列に基づく将来予測がその精度や表現能力のうえで可能かどうかを観測

$$\dot{\epsilon} = C_V \epsilon, i, i \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} (\sigma'_{ij} + p\delta_{ij})_{,j} + f_i &= 0 \\ \dot{\epsilon} &= -\frac{1}{Y_w} k_{ij} (p + \gamma_w \Omega)_{,ij} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに、 ϵ : 変位ひずみ、 C_V : 圧密係数、 σ'_j : 有効応力、 p : 間隙水圧、 f_i : 物体力、 γ_w : 水の単位重量、 k_{ij} : 透水係数、 Ω : 位置水頭、 $\cdot = \frac{d}{dt}$

$$p_j = \beta_0 + \sum_{s=1}^n \beta_s p_{j-s} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} p_i^j &= \sum_{s=1}^n \beta_s p_{i-s}^j \\ p_i^j &= \beta_0 i + \sum_{s=1}^n \beta_s p_{i-s}^j \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここに、 $\beta_0, \beta_1, \beta_2$: 未定係数、 p_j : 時刻 t における j 点の圧、 p_i^j : 節点 i における時刻 t の節点圧、 p_i^j : 同変位

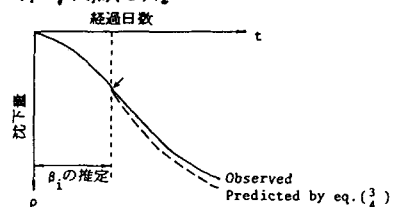


Fig. 1

$$\text{状態式: } x_{t+1} = F_t x_t + G_t w_t \quad (5)$$

$$\text{観測式: } y_t = H_t x_t + v_t \quad (6)$$

ここに、 x_t : 状態ベクトル($n \times 1$)、 F_t : 観測ベクトル($n \times 1$)、 w_t : ガウス白色雑音($n \times 1$)、 G_t : 観測行列($n \times n$)、 H_t : 観測行列($p \times n$)

フィルタ方程式

$$\hat{x}_t/t = \hat{x}_{t-1}/t + K_t [y_t - H_t \hat{x}_{t-1}/t] \quad (7)$$

$$\hat{x}_{t+1}/t = F_t \hat{x}_t/t \quad (8)$$

$$\text{Kalman ゲイン} \quad K_t = P_t/t - 1 H_t^T [H_t^T P_t/t - 1 H_t^T + R_t]^{-1} \quad (9)$$

$$\text{推定誤差分散} \quad P_{t+1}/t = F_t P_t/t F_t^T + G_t Q_t G_t^T \quad (10)$$

$$P_t/t = P_{t-1}/t - K_t H_t^T P_{t-1}/t \quad (11)$$

初期条件

$$x_0/-1 = \bar{x}_0, P_0/-1 = \bar{L}_0 \quad (12)$$

中に判断することにある。そこで、そのために次の如き規準を設定した。すなわち、

i) 逐次解の収束安定性を保証するために、修正 Kalman フィルタアルゴリズムである σ - σ 分解フィルタを用いた。

ii) 観測値を逐次得ながら求めた解 $\{\beta\}$ の収束状況を評価規準と考え、前後の収束解の差がその値の例えば $1/100$ 以下となれば、 $\{\beta\}$ の真値を得たものと判断し、その時点で将来予測を開始した。

3. 数値計算例

大阪南港で得られた沈下記録⁵⁾を例とする。この場合、 $\Delta t=10$ 日としてグラフからデータを抽出し、(13)、(14) 式を与式として (5.0.1) 前節の内容に基づいて計算を行なった。Fig. 2 は沈下記録、Fig. 3 は当初から 16 ヶ月間のデータによ、て $\{\beta\}$ を決定し、以後予測を行なった例である。若し Fig. 2 のデータを全て $\{\beta\}$ の推定に供与すれば、 $\{\beta\}$ の収束状況が事後に知れるが、その結果を Fig. 4 に示す。ここでは $S=0.11$ としたので、 β_0 と β_1 に関する結果となるが、16 ヶ月経過の時点で両者とも充分、収束・安定しており、この時点で $\{\beta\}$ を推定できたと判断され、将来予測の精度が期待できると考えられる。結果として、

i) 地盤条件や境界条件に関する情報がなくても観測中の沈下量や変位だけで或る時期から精度を期待した予測が可能であり、将来予測の開始時期は逐次推定を行なう $\{\beta\}$ の収束状況で判定できる。

ii) $\{\beta\}$ が収束を始めれば、それ以後どの時点で予測を開始しても誤差は少ないものと先験的に評価できる。

iii) $\rho = (\text{予測時点沈下量}) / (\text{終局沈下量})$ という圧密度の定義¹⁾によれば、 $\{\beta\}$ 収束時に圧密度の目安を、期待される精度を有する終局予測沈下量のもとに知ることができる。

参考文献 1) 柴田徹：沈下と変形の定解と予測、最近の土質・基礎に関する諸問題講習会資料、pp. 19-28, 1983, 2) A. Asaka: Observational Procedure of Settlement Prediction, S & F, Vol. 18, No. 4, pp. 1-17, 1978, 3) Asaka, A. & Matsuo, M.: On Inverse Problem Approach to the Prediction of Multi-dimensional Consolidation Behavior, S & F, Vol. 24, No. 1, pp. 49-62, 1984, 4) 片山徹：応用カルマンフィルタ、朝倉書店、1983, 5) 佐々伸、木山正明：深い地盤改良の実験と問題点を考える 3. パーチカルレンエ法の実際と問題点 (3) - 大阪南港埋立地の事例 -、工芸工学誌、Vol. 30, No. 12, pp. 81-84, 1982

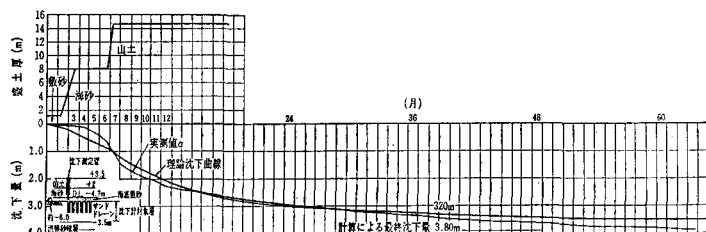


Fig. 2 (after Sasaki and Kiyama⁵⁾)

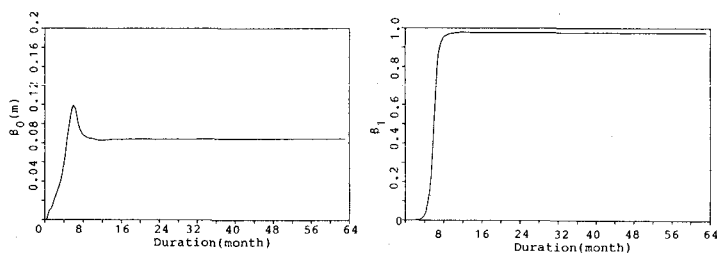


Fig. 4

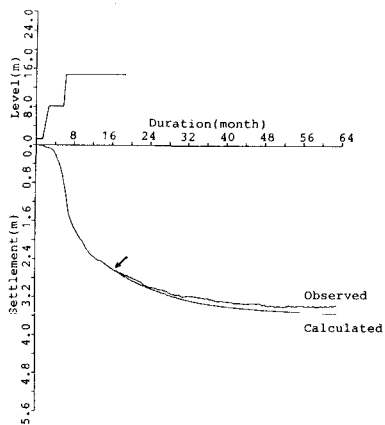


Fig. 3