

大阪大学工学部 正員 久武 勝保  
 大阪大学大学院 学生員 大田 哲也

1. 緒論

著者は、トンネル内面の計測変位のみから地山の力学定数と切端での掘削解放力を算出し、得られた諸量を用いてトンネルを合理的に設計する手法を提案した。本論文では、地山の力のつりあい条件を用いることにより、三次元逆解析法における切端での掘削解放力と地山の弾性係数との関係について考察を加える。

2. 解析手法

本解析では図-1に示す均質な弾性地山にトンネルを掘削する場合を考える。まず覆工内面の計測変位を用いて覆工に対する逆解析を行い、覆工に作用する地圧 $E_0$ と覆工外面変位(=トンネル内面変位) $U_0$ とを求めておく(覆工に対する逆解析法については既に発表している<sup>1)</sup>ので省略する)。次に $E_0$ と $U_0$ を用いて地山に対する逆解析を行うことになるが、その場合、あらかじめ地山のすべての節点を表-1に示すように4種類に分類(有限要素法(FEM)における剛性方程式を次式で表わしておく。

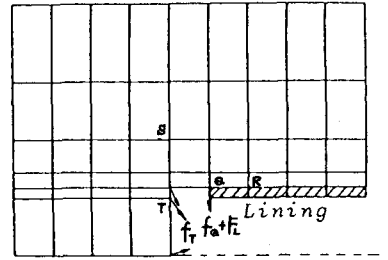


図-1 トンネル縦断面図

表-1 節点の分類

Q: 節点変位のみが既知の点
R: 節点変位、節点力とも既知の点
S: メッシュ内部に存在し、節点力が0の点
T: 節点変位、節点力とも未知の点

$$\begin{Bmatrix} f_Q \\ f_R \\ f_S \\ f_T \end{Bmatrix} = E_0 \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_Q \\ U_R \\ U_S \\ U_T \end{Bmatrix} \dots (1)$$

ここで $E_0$ は地山の弾性係数である。式(1)において $\{f_R\} = \{-F_{0a}\}$ ,  $\{U_Q\} = \{U_0\}$ ,  $\{f_S\} = \{0\}$  であるので、未知変位 $\{U_S\}$ ,  $\{U_T\}$ は既知の変位、節点力、そして未知の弾性係数により次の様に表わされる。

$$\begin{Bmatrix} U_S \\ U_T \end{Bmatrix} = [A] \left\{ \frac{-F_{0a}}{E_0} \right\} + [B] \{U_0\} \dots (2)$$

ここに

$$[A] = \left( \begin{bmatrix} k_{33} & k_{34} \\ k_{33} & k_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{23} & k_{24} \\ k_{33} & k_{34} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} k_{23} & k_{24} \\ k_{33} & k_{34} \end{bmatrix} \quad [B] = - \left( \begin{bmatrix} k_{23} & k_{24} \\ k_{33} & k_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{23} & k_{24} \\ k_{33} & k_{34} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} k_{23} & k_{24} \\ k_{33} & k_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{21} & k_{22} \\ k_{31} & k_{32} \end{bmatrix}$$

ここで切端掘削時に解放される節点力の和は後述する様に既知であるから、式(1), (2)を用いて次式が成立する。

$$\sum_T f_i = a E_0 + b \dots (3)$$

ここに $a, b$ は

$$a = \sum_i \left( \sum_j k_{ij} + \sum_k k_{ik} B_{kj} \right) \{U_0\} \quad b = \sum_i \sum_j k_{ik} A_{kj} \{-F_{0a}\} + \sum_i F_{Li}$$

で表わされるもので、メッシュ形状、既知変位と既知節点力及びポアソン比の関数であり、また、 $F_{Li}$ は切端での掘削解放力のうち覆工が直接受け持つ力である。 $a$ と $b$ は覆工に対する逆解析が完了した時点で既知となるため式(3)を用いて $E_0$ を求めることが可能である。 $E_0$ が既知となれば式(2)より未知の節点変位が求まり、さらに式(1)を用いて掘削解放力を求めることができる。なお式(3)で用いる解放節点力の和の条件とは「解放節点力のトンネル軸方向成分の和は0である。」とか「解放節点力の鉛直方向成分の和は掘削土重量に等しい。」などである。

### 3. 考察

式(3)を見ると、 $E_0$ と $\Sigma f_i$ の間には線形関係が成立しているのがわかるが、しかし、この関係は本手法についてのみ成立する関係ではない。例えば、覆工と地山を一体として解析する通常のFEMでの剛性方程式でも、式(3)に対応する線形関係式

$$\Sigma f_i = c E_0 + d \dots (4)$$

が当然成立する。そこで、式(4)の関係を利用すれば、 $c$ 、 $d$ を陽な形で表現しなくても、真の地山の弾性係数 $E_0$ を以下の様にして求めることができる。すなわち、FEMでの剛性方程式を変形すれば、次の様な関係が容易に導かれる<sup>2)</sup>。

$$\{f\} = [M]\{U_m\} \dots (5)$$

ここに、マトリックス $[M]$ は、 $E_0$ の関数であり、 $f$ は切端での解放節点力、 $U_m$ は、覆工内面で測定される既知変位である。式(5)において、 $E_0$ に任意の値を与えて、例えばトンネル軸方向の $\Sigma f_i$ を求めておき、2組の $(E_0, \Sigma f_i)$ を式(4)に適用すれば、式(4)の定数 $c$ 、 $d$ が決定され、したがって、 $\Sigma f_i$ が0となる真の弾性係数 $\hat{E}_0$ の値を $\hat{E}_0 = -(d/c)$ として求めることができる。すなわち切端掘削時の力のつりあい関係を考慮することより、 $\hat{E}_0$ の値をこの様な列の方法でも算定できるわけであり、著者らはその適用例を文献2)に示している。

さて、以下では、前章の結果について、数値解析を通して検討する。

実際の施工では、切端のすぐ手前で1次覆工を施工し、その後切端を掘削するので、この様な施工手順を考慮して、1掘削に起因する覆工の応力 $\sigma_s$ を通常の三次元FEM解析(以後、順解析という。)により求めておく。そして、この様にして得られた変位のうち、覆工内面変位のみを本手法に与えて逆解析を行い、地山の弾性係数 $E_0$ と掘削解放節点力 $f$ を求め、次に、これら $E_0$ 、 $f$ を用いて再度順解析を行って、覆工応力 $\sigma_s$ を求め、これが先に求めた $\sigma_s$ といかに対応するかについて検討する。なお、 $U_m$ に誤差が含まれない場合には、非常に精度の高い結果が得られたので、以下では、切端最近の覆工内面の全変位に5%の誤差を与えた場合を考える。

図-2は、本解析で用いたトンネル周辺の要素分割図であり、トンネル掘削幅 $D=10m$ 、1掘削長 $2.5m$ 、覆工厚 $20cm$ 、地山の水平と鉛直の初期応力比 $\sigma_h/\sigma_v$ は $0.5$ 、地山と覆工の弾性係数 $E_0$ 、 $E_1$ 及びポアソン比 $\nu_0$ 、 $\nu_1$ は、 $E_0=50,000 t/m^2$ 、 $E_1=1,000,000 t/m^2$ 、 $\nu_0=0.3$ 、 $\nu_1=0.15$ である。

表-2は図-2に示す切端最近の覆工横断面( $S_3$  Section)における覆工内面節点の応力について、 $\sigma_s$ と $\sigma_p$ とを比較したものである。これから $U_m$ に誤差が含まれていても、覆工応力はかなり安定して算定されることがわかる。また、この場合、逆解析から求められた $E_0$ の値は $53,991 t/m^2$ で真の値 $50,000 t/m^2$ に対し(約8%の誤差を含んで求められており、覆工応力と同様、安定して求められているのがわかる。

(参考文献) 1)久武・伊藤・大田：トンネル問題における三次元逆解析法、第16回岩盤工学に関するシンポジウム、1984。

2)久武・伊藤・上保：トンネル問題における三次元逆解析法の開発、第39回土木学会年次学術講演会、第3部、1984

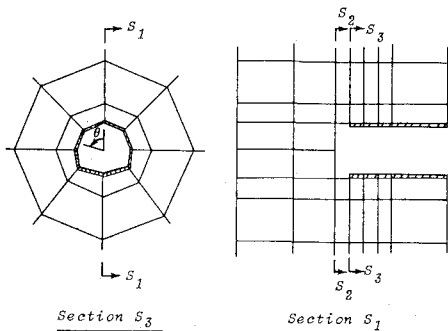


図-2 トンネル周辺の要素分割図

表-2  $\sigma_s$ と $\sigma_p$ の比較 (単位:  $t/m^2$ )

$\theta^\circ$	正しい値 ( $\sigma_s$ )			誤差を与えた場合 ( $\sigma_p$ )		
	Axial	Hori.	Verti.	Axial	Hori.	Verti.
0	167.	-803.	-163.	140.	-766.	-154.
45	-3.	-690.	-679.	13.	-656.	-643.
90	129.	99.	-1472.	118.	94.	-1396.
133.5	-31.	-871.	-1025.	-40.	-828.	-972.
180	144.	-597.	-33.	121.	-571.	-31.
226.5	-31.	-871.	-1025.	-40.	-828.	-972.
270	129.	99.	-1472.	118.	94.	-1396.
315	-3.	-690.	-679.	13.	-656.	-643.