

はじめに 堤体の安定性及び耐沈下性を発揮させるために、軟弱地盤上に築造される漁港防波堤下の捨石マウンド中にH型鋼を入れた、いわゆる、沈床工法を用いる場合がある。本文は、グリーン関数を用いることにより、均質地盤上に設置された沈床上に任意分布形状の荷重が載荷されにときの沈床の曲げ挙動を、弾性支承上の梁として解析したものである。

基本式と境界条件 線型な地盤反力を有する地盤上に鋼製沈床を設置したときの沈床の曲げ挙動を表す基本式は、式(1)で表わされる。ここに、 $a_0 = EI$ 、 $a_4 = B \cdot a$ 、 $M = -a_0 \cdot d^2 y / dx^2$ 、 $Q = dM / dx$ である。ただし、 E ：沈床のヤング率、 I ：沈床の断面2次モーメント、 B ：沈床の幅、 a ：地盤反力係数、 M ：曲げモーメント、 Q ：せん断力、 y ：沈床のたわみ、 x ：沈床の水平方向の座標である。ここで、境界条件を式(2)のように与える（ l ：沈床の長さ）。ただし、沈床の両端における μ_a, μ_b はせん断力に対する反力係数である。ここで、式(3)に示した無次元量を用いると、基本式(1)、境界条件式(2)は式(4)、(5)のように書き直される。このとき、 $X = X_k$ に対するグリーン関数 $G(X, X_k)$ は、 $LI[G] = \delta(X - X_k)$ と境界条件式(5)を満足するように定めればよい。このとき、任意分布形状の荷重 $F(X)$ が作用

$$\frac{d^2}{dx^2} (a_0 \frac{d^2 y}{dx^2}) + a_4 \cdot y = P \cdot f(x) \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} x=0 \text{ (左端)}: M=0, Q &= -\frac{d}{dx} (a_0 \frac{d^2 y}{dx^2}) = A_a \cdot \mu_a \cdot y \\ x=l \text{ (右端)}: M=0, Q &= -\frac{d}{dx} (a_0 \frac{d^2 y}{dx^2}) = -A_b \cdot \mu_b \cdot y \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{x}{l}, Y = \frac{y}{l}, F(X) = \frac{l^3}{a_0} P \cdot f(x), \beta = \sqrt{\frac{a_4}{4a_0}} \\ M_a &= \frac{\mu_a \cdot l^3}{a_0} A_a, M_b = \frac{\mu_b \cdot l^3}{a_0} A_b, \xi_a = \frac{2(\beta l)^3}{M_a}, \xi_b = \frac{2(\beta l)^3}{M_b} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$LI[Y] \equiv Y^{(4)} + 4(\beta l)^4 Y = F(X) \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} X=0 \text{ で、} Y^{(2)} &= 0, Y^{(3)} + M_a Y = 0 \\ X=1 \text{ で、} Y^{(2)} &= 0, Y^{(3)} - M_b Y = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$Y(X) = \int_0^1 G(X, X_k) F(X_k) dX_k \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= \sin \beta l X \cdot \sinh \beta l X, U_2 = \sin \beta l X \cdot \cosh \beta l X \\ U_3 &= \cos \beta l X \cdot \sinh \beta l X, U_4 = \cos \beta l X \cdot \cosh \beta l X \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$Y_1 = U_2 + U_3, Y_2 = U_2 - \xi_a U_4 \quad (8)$$

$$Y_3 = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} U_1 + U_2 + \frac{\alpha_3}{\alpha_2} U_3, Y_4 = \frac{\beta_1}{\beta_2} U_1 + U_2 + \frac{\beta_3}{\beta_1} U_4 \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \xi_b (\sin 2\beta l - \sinh 2\beta l) + \cos 2\beta l - \cosh 2\beta l \\ \alpha_2 &= \xi_b (\cosh 2\beta l + 1) + \sinh 2\beta l, \alpha_3 = \beta_3 = \xi_b (\cos 2\beta l + 1) - \sin 2\beta l \\ \beta_1 &= \xi_b (1 - \cosh 2\beta l) - \sinh 2\beta l, \beta_2 = \xi_b (\sin 2\beta l + \sinh 2\beta l) + \cos 2\beta l + \cosh 2\beta l \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

したときの無次元化変位は式(6)のように表わされる。

グリーン関数 いま、式(7)に示した $U_1 \sim U_4$ を用いるとき、 $X=0$ での境界条件を満足する基本解 Y_1 、 Y_2 は式(8)で表わされる。また、 $X=1$ での境界条件を

満足する基本解 Y_3 、 Y_4 は式(9)、(10)のように表わされる。このとき、グリーン関数 $G(X, X_k)$ をこれらの基本解を用いて式(11)のように表わす。ただし、 $C_1 \sim C_4$ は X_k により決まる定数である。このとき、 G_A 、 G_B が $X=X_k$ で、 $G_A=G_B$ 、 $G_A'=G_B'$ 、 $G_A''=G_B''$ 、 $G_B^{(3)}-G_A^{(3)}=1$ を満足するように、 $C_1 \sim C_4$ を定めればよい。これより、求めるグリーン関数は式(12)、(13)のように求まる。これを用いると、無次元化変位は式(14)により計算される。これより、実際のたわみ y 、たわみ角 θ 、曲げモーメント M 、せん断力 Q は式(15)より計算される。

計算例 $EI = 2.5 \times 10^{11} \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$,
 $B = 30 \text{ cm}$, $\alpha = 1 \text{ kg/cm}^2$, $l = 2050 \text{ cm}$,
 $A = 100 \text{ cm}^2$, $\mu_a = \mu_b = 1 \text{ kg/cm}^2$, $P = 70 \text{ cm}$ の場合について行った計算例を示す。図1は、 $X_k = 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1.00$ の場合のグリーン関数の計算例である。 $X_k = 0$ と 1.00 の場合に、それぞれの X_k の点で大きいグリーン関数値を示している。図2は、等分布荷重 $q(x) = 1 \text{ kg/cm}^2$ に対して、 $\mu_a = \mu_b$ を種々に変えた場合のたわみの分布形を示したものである。 μ の値が1 以下ではたわみの分布形状に与える影響は小さい。図3は、同図(a)に示した荷重分布に対して、上に示した各係数値を用いたときのたわみと曲げモーメントの分布形状を示している。荷重の分布形状に対応した y 及び M の分布形状が得られており、得られに解の妥当性を示していると思われる。

$$\left. \begin{aligned} G_A &= C_1 Y_1 + C_2 Y_2 \quad (0 \leq X \leq X_k) \\ G_B &= C_3 Y_3 + C_4 Y_4 \quad (X_k \leq X \leq 1) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} G_A &= \frac{1}{\Delta(0)} \{ \Delta_1(X_k) Y_1(X) - \Delta_2(X_k) Y_2(X) \} \\ G_B &= \frac{1}{\Delta(0)} \{ -\Delta_3(X_k) Y_3(X) + \Delta_4(X_k) Y_4(X) \} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta_i &= \begin{vmatrix} Y_j & Y_k & Y_l \\ Y_j' & Y_k' & Y_l' \\ Y_j'' & Y_k'' & Y_l'' \end{vmatrix}, \quad \Delta_i' = \begin{vmatrix} Y_j & Y_k & Y_l \\ Y_j' & Y_k' & Y_l' \\ Y_j^{(3)} & Y_k^{(3)} & Y_l^{(3)} \end{vmatrix} \\ \Delta_i'' &= \begin{vmatrix} Y_j & Y_k & Y_l \\ Y_j'' & Y_k'' & Y_l'' \\ Y_j^{(3)} & Y_k^{(3)} & Y_l^{(3)} \end{vmatrix}, \quad (i, j, k, l) = (1, 2, 3, 4) \\ \Delta(0) &= \frac{8(\beta l)^6}{\alpha_2 \beta_2} \{ \xi_a(\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1 + \alpha_3 \beta_1) + \alpha_1 \beta_3 \} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

の順環置換

$$Y(X) = \int_0^X G_B(X, X_k) F(X_k) dX_k + \int_X^1 G_A(X, X_k) F(X_k) dX_k \quad (14)$$

$$y = l Y, \quad \theta = Y', \quad M = -\frac{\alpha_0}{l} Y'', \quad Q = -\frac{\alpha_0}{l^2} Y^{(3)} \quad (15)$$

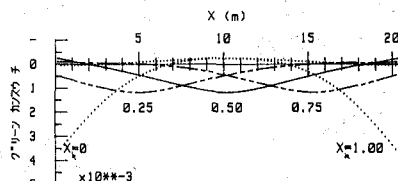


図1 グリーン関数値の分布形状

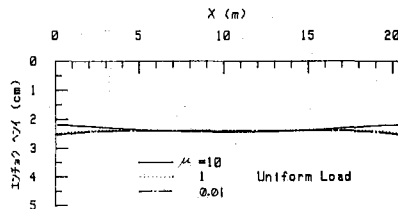


図2 等分布荷重に対するたわみに及ぼす μ の影響

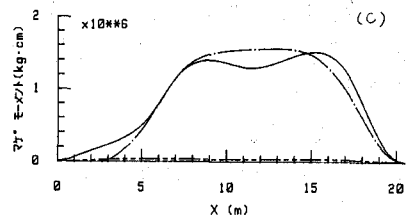
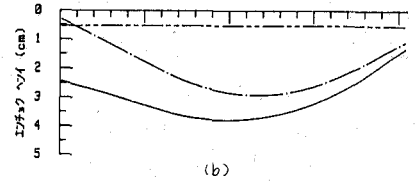
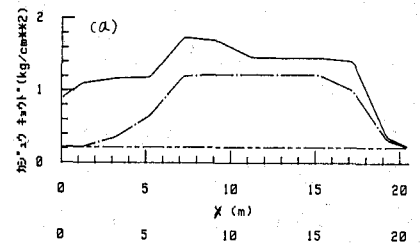


図3 任意分布荷重に対するたわみと曲げモーメントの分布