



釣合式

$$\tau/\sigma_n = \tan(\varphi_\mu + \theta) \quad (2.16)$$

を導くことができる。ここに  $\varphi_\mu$  は最小体積状態 ( $\theta=0$ ) における内部摩擦角である。ところで、図1の変形モデルから導びかれる式(2.14)は、せん断歪の増加に伴う粒子の相対的な運動によりタイレタンシー角  $\theta$  は減少することを示している。しかるに、式(2.16)は応力比の増加(せん断歪の増加)に伴い、タイレタンシー角  $\theta$  は増加することを示している。このような混乱を回避するために、新しく、次の2種類のタイレタンシー角

$\theta^-$  : 式(2.14)によって定義され、粒子の相対運動に伴って減少するタイレタンシー角

$\theta^+$  : 式(2.16)によって定義され、粒子間接触力を主として分担し、せん断変形の進行と共に増加するタイレタンシー角

を導入する。タイレタンシー角の増減は、粒子間接触力の増減に対応しているから、2つのタイレタンシー角  $\theta^+$  と  $\theta^-$  は、それぞれ有効接触点の発生・消滅と関連していると考えられる。タイレタンシー角  $\theta^+$  と  $\theta^-$  を用いて、式(2.14)と式(2.16)を書き書えれば、

$$d\gamma = -d\theta^- \quad (2.14')$$

$$\tau/\sigma_n = \tan(\varphi_\mu + \theta^+) \quad (2.16')$$

となる。実験データによれば、 $|\theta^+|$  の最大値は 0.6 ラジアン程度であるから、式(2.16)' は Taylor 展開により十分な精度で、次式

$$\tau/\sigma_n = \tan \varphi_\mu + \beta \theta^+ \quad (2.17)$$

$$\text{ただし、} \quad \beta = \sec^2 \varphi_\mu \quad (2.18)$$

によって近似可能である。式(2.17)より

$$d(\tau/\sigma_n) = \beta d\theta^+ \quad (2.19)$$

$d\theta^+ = \dot{\theta}^+ dt$ ,  $d\gamma = \dot{\gamma} dt$  を考慮し、式(2.14)' (2.19) より

$$d(\tau/\sigma_n)/(\beta d\gamma) = -\dot{\theta}^+/\dot{\gamma} \quad (2.20)$$

### 3. 最大エントロピー法則による粒子の滑動確率の決定

従来、非線形非平衡過程における最大エントロピー法則は、理論的基礎が与えられておらず、仮設として用いられていたが、<sup>4)</sup> 著者は「熱力学の才及びオ2法則」と自然界に常に存在する「ゆらぎ現象」を基礎とし、非線形非平衡過程に対しても最大エントロピー法則が成立することを示し、理論的基礎を与えた。<sup>2)</sup>

ここでは、この最大エントロピー法則を用いて、粒状体中の単位時間当りの粒子の滑動確率の決定を行う。粒状体の粒子間二りに関するポテンシャル障壁の高さ  $E$

の分布の仕方については、現在、詳細な知識は得られていないが、<sup>1)</sup> 静水圧  $p$  において、 $E$  の高さに、何らかの平均値  $\bar{E}$  が存在することは明らかであるから、これをポテンシャル障壁の確率密度関数  $N(E)$  に対する制約条件とすれば、最大エントロピー法則より次の関数を得られる。

$$S = -k \int_0^{E_{\max}} N \ln N dE + \lambda_0 \left( \int_0^{E_{\max}} N dE - 1 \right) + \lambda_1 \left( \int_0^{E_{\max}} E N dE - \bar{E} \right) \quad (3.1)$$

ここに、 $k$  は Boltzmann 定数、 $\lambda_0, \lambda_1$  は Lagrange のパラメーターであり、上式のオ2項は  $N(E)$  の正規化の条件である。 $\delta S = 0$  より

$$N(E) = a e^{-bE} \quad (3.2)$$

ここに

$$a = \exp[(\lambda_0 - k)k], \quad b = -\lambda_1/k \quad (3.3)$$

である。砂のような粒状体は摩擦性の材料であるから、応力比により変形が支配され、せん断面上にて  $\tau/\sigma_n$  が作用している場合には、ポテンシャル障壁の高さが  $\tau/\sigma_n$  だけ低下すると考えられるので、式(3.2)は次のように修正される。

$$N(E) = a e^{-b[E - \alpha(\tau/\sigma_n)]} \quad (3.4)$$

ここに、 $\alpha$  はエネルギーの次元をもつ定数である。速度過程論によれば、上式は、応力比  $\tau/\sigma_n$  において、単位時間に接触点の熱揺動の助けをかりてポテンシャル障壁を乗り越えて滑動する確率(速度)を表わすことになる。

### 4) 歪硬化関数の定式化

式(3.4)の  $N$  が  $\dot{\gamma} = du/dt$  に等しいものとすれば、

$$d\gamma = \dot{\gamma} dt \text{ と式(2.8)より}$$

$$\dot{\gamma} = (a/k) e^{-b[E - \alpha(\tau/\sigma_n)]} \quad (4.1)$$

式(2.20)は、歪硬化率  $d(\tau/\sigma_n)/d\gamma$  は粒子集合体の二りによるタイレタンシー角の変化速度  $\dot{\theta}^+$  と  $\dot{\theta}^-$  との相対速度  $(\dot{\theta}^+/\dot{\theta}^-)$  によって定まる量であり、 $\theta^+$  は  $\tau/\sigma_n$  に関する量であるから、 $\dot{\theta}^+$  は一定としても、余り一般性を失うことはないものと思われる。したがって、 $\dot{\theta}^+ = \dot{\theta}_0$  (一定)とおけば、

$$d(\tau/\sigma_n)/d\gamma = k e^{-b\alpha(\tau/\sigma_n)} \quad (4.2)$$

$$\text{ただし} \quad k = (\beta \dot{\theta}_0 / a) e^{b d E} \quad (4.3)$$

式(4.2)を積分し、 $\gamma=0$  のとき  $\tau/\sigma_n=0$  とすれば、

$$\tau/\sigma_n = A \ln(B\gamma + 1) \quad (4.4)$$

$$\text{ここに、} \quad A = 1/\alpha b, \quad B = \alpha b k \quad (4.5)$$

また、せん断歪  $\gamma$  に対する歪硬化率は次式となる。

$$d(\tau/\sigma_n)/d\gamma = AB/(B\gamma + 1) \quad (4.6)$$

なお、定数  $A, B$  などの詳細な考察は紙面の都合上、後の機会にゆずることにする。

参考文献 (1) 松岡元, 中井照夫: 土と基礎, Vol. 32, No. 2, 1984 pp. 83-91 (2) 新開 茂: 土木学会東北支部技術研究発表会講演要旨, 1984, pp. 7-8 (3) Newland, H. and Alley, B. H.: Geotechnique, Vol. 7, No. 1, 1957, pp. 117-34 (4) 阿部 正, Fujisawa, H. and Mori, H.: Progress of Theoretical Physics, Vol. 62, 1979, pp. 54-60 (5) 森 肇: 統計力学の進歩(全6巻) 裳華房, 1981, pp. 91-102