II-477 都市ごみサンプリングにおける4分法のモデル化一第2報

京都大学工学部　正　員　寺島　泰
京都大学工学部　正　員　浦辺　真郎
京都大学工学部　学生員　○吉川　克彦

1．はじめに

昨年の年講においては確率論的モデルを用いて4分法の縮分に伴う誤差を定量化する方法を示した。本報はこのモデルをより一般化した観点からとらえるとともに、実際の4分法のデータに基づいて、本モデルの妥当性について検討した。さらに本モデルが、試料組成分析結果から母集団組成を推定する場合にも適用可能であることを示した。

2．モデルの検討

前回の4分法モデルでは，1.ごみは単一組成からなる要素の集合体であり、かつ、それらの要素はすべて等重量である、2.縮分によりごみ全体は等重量に2分割される、という2つの仮定を設けた。すなわち，ごみ全体の要素数をN，そのうち注目組成、たとえば紙の要素数をnとすれば，nが2つに分けられるという考え方から，縮分後の相対誤差は正規分布、式（1）で近似できるとした（以下モデル1という）。今回は仮定2の等重量分割という制約を取りはずしてより一般的なモデルを提案し，モデル1との比較を行う。すなわち，N，nをモデル1と同記号とし，N個のうちからM個を抜きとる（サンプルする）と考えると，M個のうち紙がk個含まれる確率は式（2）の超幾何分布となる。この分布の平均は式（3），分散は式（4）であり，N，n，Mがともに大きいときは正規分布近似が成立するから、kは式（5）で示す正規分布となる。縮分前後の相対誤差yは式（6）であるから式（5）に対して式（6）の変数変換を行い，N－1をNとすればyは式（7）で示す正規分布となる。ここに，cは縮分前の組成比n/N, sはサンプル比M/N である。これを（1）と比較すれば分散は1/n に(1-c) と(1-s)/s が乗算された形となっている。つまり、(1-c) は組成比が大きいほど分散は小さく，(1-s)/sはサンプル率が高いほど分散が小さいことを表わす補正とみなすことができる。これらの補正の大きさは実際のデータによる計算結果に待たねばならないが、サンプル比sは0.5 に近い場合が通常であり、また、組成比cは各組成についてのばらつきは小さいことから実用上は（1）の近似すなわちモデル1で十分であると考えられる。

$$N\left(0,\frac{1}{n}\right) \qquad (1)$$

$$\Pr\{k\} = \frac{{}_nC_k \quad {}_{N-n}C_{M-k}}{{}_NC_M} \qquad (2)$$

$$\frac{Mn}{N} \quad (3) \qquad \frac{n(N-n)M(N-M)}{N^2\,(N-1)} \quad (4)$$

$$N\left(\frac{Mn}{N},\frac{n(N-n)M(N-M)}{N^2(N-1)}\right) \qquad (5)$$

$$y = \frac{k/M - n/N}{n/N} \qquad (6)$$

$$N\left(0,\frac{(1-c)(1-s)}{n\quad s}\right) \qquad (7)$$

$$y = \sqrt{\frac{(2^j-1)}{W_1 n_1}} \qquad (8)$$

$$y = \sqrt{\frac{1}{W_2 n_1}\ \frac{2^j-1}{2^j}} \qquad (9)$$

$$\frac{x}{1+y} \leqq x_j \leqq \frac{x}{1-y} \qquad (10)$$

3．モデルの適用

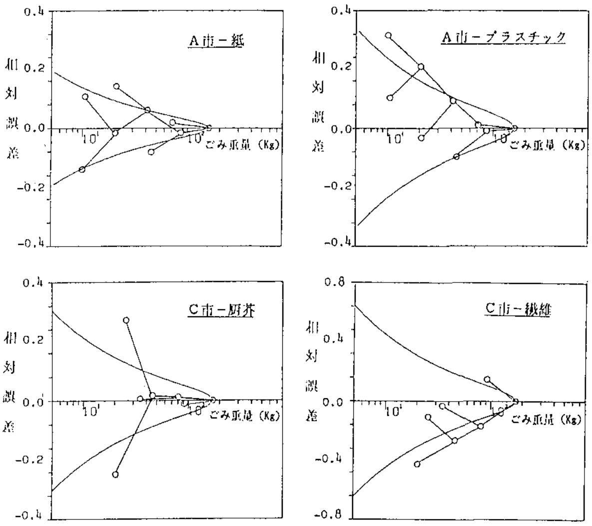
3－1　縮分による組成変化　演者等が全国5都市、延べ8回行ったサンプリング調査の結果にモデル1を適用する。1回の縮分による相対誤差が正規分布N（0，1/n)で近似できることから、それから計算されるごみ1Kg当りの各組成の要素数 n_1 を表－1に示す。この値が大きいほど縮分による誤差は小さいから、水分、低位発熱量、紙といった項目では誤差が小さく、逆に繊維、不燃物では誤差が大きいことが分かる。次に、初期ごみ重量 W_1 と縮分回数 j を与えたときの各組成の相対誤差の標準偏差は式（8）で与えられる。初期組成の分かっている項目別に、縮分に伴う相対

表－1　ごみ単位重量当りの構成要素数

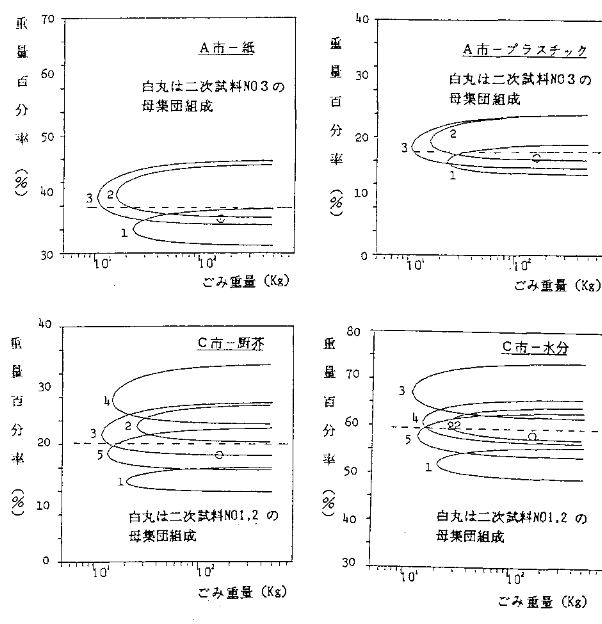
	紙	プラスチック	厨芥	繊維	草木	不燃物	水分	低位発熱量
要素数	5．0	1．7	2．1	0．5	2．2	0．4	11.0	3．1

誤差の推移を求めた結果の一部を図－１に示す。白丸が実測値、曲線がモデルにより与えられる理論値（式（８））を表す。白丸の６８％が曲線の内側にあればモデルが妥当であると言えるが、図はおおむねこれを満足していると見てよい。一部、組成百分率の小さい項目については誤差の大きい場合も見られるが、その場合も式（７）の補正項（１－ｃ）により補正されうるものと考えられる。

３－２　二次試料によるピット内組成の推定　４分法によるサンプリングではまずピット内から一次試料２００～３００Kgをランダムに採取し、次いで４分法により二次試料１０～２０Ｋｇを採取するが、一次試料から二次試料への縮分も、混合、破袋等の誤差を小さくする操作を含んだランダムサンプリングであると考えられるから、全体としてみれば二次試料とはピット内からランダムに試料をサンプリングしたものとみることができる。つまり、ピット内からの一次試料の数回の採取とそれぞれに対する４分法により得られた二次試料の単純平均はピット内ごみ組成平均の不偏推定量であると考えられる。一方、１回の縮分による相対誤差は式（１）で与えられるから、逆に、二次試料の重量、組成を与えれば一次試料の組成がある範囲で推定できることになる。すなわち、二次試料重量をW_2とし、そこから縮分をｊ回さかのぼった試料の相対誤差の標準偏差ｙは式（９）となり、また、二次組成をｘ、ｊ回さかのぼった試料の組成をx_jとすれば式（１０）が成立する。実際に４分法を行って得た二次試料データから（１０）式によりx_jを求め図－２に示す。ピット内組成の平均値としてはこれら曲線の重なった部分が有力となってくる。同図に二次試料組成の単純平均値を破線で示すが、単純平均値は数の多いほうに引っ張られる傾向がある。また、二次試料重量が大きいほど母集団の推定値の幅が狭い、つまり信頼性は高いと言え、一方、白丸は単純平均よりも二次試料重量の大きい場合の推定値に近いことから母集団の推定値としては単純平均よりも二次試料重量による荷重平均の方が信頼性が高いと考えられる。



図－１　縮分による組成変化



図－２　二次試料によるピット内組成の推定

４．おわりに

今後はより多くのデータを集積し、それらに式（７）で示されるモデルを適用することによって、式（７）の補正項の特性を明らかにし、また４分法における混合がモデルのパラメーターに与える影響についても検討を行う予定である。