II-378　遷移確率による湖の藻類分布の確率論的予測について

国立公害研究所　正員　原沢英夫
京都大学　正員　住友　恒

1．はじめに：　湖の富栄養化に原因する臭気原因藻類の異常増殖現象は湖の水資源としての価値を著しく減少させており，水質管理上藻類の経時的，面的な変動を解析・予測することが緊急課題となっている。本研究は藻類増殖及び流下の確率的変動に注目し，遷移確率により藻類分布を予測するモデルを検討したものである。

2．遷移確率について：　湖の任意地点における藻類量は，周辺水域からの藻類の流入及び藻類自身の増減によって決定されるが，湖流のランダムな変動及び藻類増殖の不確実性を考慮すると，確率的な現象として定量化をはかる方が妥当である。湖内の任意地点A，時刻tにおける藻類個体数が一定値iをとる状態確率を$P(A,i,t)$とおく。湖内の2地点A，Bを考え地点Aでの藻類状態iから地点Bにおける状態jへ，時間τで推移する確率を遷移確率と呼ぶことにし，$P(A,i\mid B,j,\tau)$と表す。地点Bでの状態確率$P(B,j,t)$は，地点Aの状態確率$P(A,i,t)$と遷移確率$P(A,i\mid B,j,\tau)$より，

$$P(B,j,t)=P(A,i,t-\tau)\cdot P(A,i\mid B,j,\tau) \qquad \text{--------}1$$

で表される。地点A，Bの藻類個体数（状態）の遷移は藻類の流下及び増減によるとし，相互に関連がないと仮定すると，遷移確率はAからBへ流下し，到達する確率（到達確率と呼ぶ）$P(A\mid B,\tau)$とその間に増殖・死滅する確率（増殖確率と呼ぶ）$P(i\mid j,t)$との積で表される。即ち，

$$P(A,i\mid B,j,\tau)=P(A\mid B,\tau)\cdot P(i\mid j,\tau) \qquad \text{--------}2$$

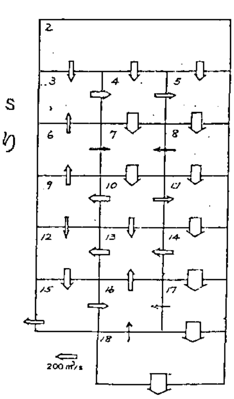
AB間の到達確率，増殖確率を知れば，A地点の藻類量よりB地点の藻類量を確率的に推定できる。

3．到達確率の定量化：　びわ湖南湖を例とし，湖をいくつかの水域（ブロックと呼ぶ）に分割する。風の影響を考慮した湖流モデルより推定した湖流分布より，各ブロック間の流量収支を算定する。北東の風1.5m／sが定常的に吹いた場合の湖流分布より求めたブロック間の流量収支を図―1に示した。図―2のようにブロックAの周辺にブロックB－Eがあり，流入，流出を図のようにとる。この時ブロックAよりブロックBへの到達確率は単位時間としてΔtをとると，

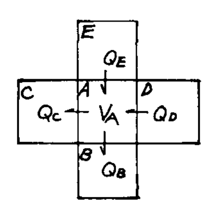
$$P(A\mid B,\Delta t)=Q_B\cdot\Delta t/V_A \quad \text{--}3$$

で表される。ここに，Q_B: A－B間の流量（m³／日）
V_A: ブロックの体積（m³）である。

同様にブロックAよりCへ到達する確率，ブロックA内に留まる確率が算定できる。先に示した北東の風1.5m／sが定常的に吹いた場合のブロック間の到達確率を3式により算定し，マトリクストとして示したのが表―1である。



図―1ブロック間の流量収支



図―2ブロック間の流量表示

表－1　地点間の到達確率マトリクス（北東風1.5 m/s，Δt＝0.5日）.

地点	↗	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	湖外
2	1－2	0.67	0.04	0.13	0.16														
3	2－1		0.62	0.38															
4	2			0.50	0.12		0.38												
5	3				0.18			0.82											
6	3－1					0.95	0.05												
7	2						0.73			0.27									
8	3						0.02	0.61			0.37								
9	4－1					0.17			0.82			0.01							
10	2								0.18	0.73	0.05		0.04						
11	3										0.53			0.47					
12	5－1											0.80			0.20				
13	2											0.11	0.89						
14	3												0.18	0.09			0.73		
15	7－1														0.82	0.10			0.08
16	2												0.16			0.82		0.02	
17	3															0.10	0.57	0.33	
18	8－2																	0.52	0.48

4．増殖確率の定量化：　流下中の藻類は増殖・死滅，沈降，動物プランクトンによる捕食によりその絶対量が変化する。増殖・死滅などの変化に一次反応を仮定する。

$$dM/dt=\hat{\mu}\cdot M \qquad \text{--------4}$$

ここに，$\hat{\mu}$はみかけの増殖速度であり，ここでは死滅，沈降，捕食速度の影響も考慮した総括的な増殖速度とみなす。初期藻類個体数をM_0とすると，時刻tにおける藻類量Mは，

$$M=M_0\cdot \exp(\hat{\mu}\cdot t) \qquad \text{--------5}$$

5式においてみかけの増殖速度を確率変数とすれば，t時間後の藻類個体数Mも確率的に変動する。みかけの増殖速度μの確率密度分布 $f(\hat{\mu})$ が既知だとすると，藻類個体数Mの確率密度分布 $g(M)$ は

$$g(M)=|d\hat{\mu}/dM|\cdot f(\hat{\mu}) \qquad \text{--------6}$$

6式ごとく $f(\hat{\mu})$ より求めることができる。

5．遷移確率による藻類動態の確率予測：　遷移確率による湖内の藻類分布予測の適用例をしめす。時刻tにおけるブロックAの藻類の状態は周辺ブロックのΔt前の状態に影響を受けるから周辺ブロックの遷移確率，及び状態確率により

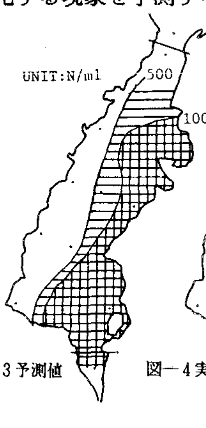
$$P(A,j,t)=\sum_B P(B,i,t-\Delta t)\cdot P(B,i\mid A,j,\Delta t) \qquad \text{--------7}$$

初期条件，t＝0,地点Bにおける状態確率から，7式により順次地点別の状態確率を求めることができる。状態確率は各時刻，地点の藻類個体数分布を与えるから平均個体数M（A,t）は次式により計算できる。

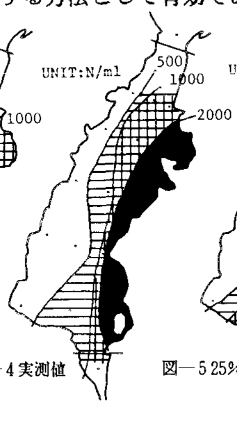
$$M(A,t)=\sum_j\{P(A,j,t)\cdot j\}/\{\sum_j P(A,j,t)\} \qquad \text{--------8}$$

遷移確率による藻類分布の確率予測の例として，昭和58年8，9月のAnabaena異常増殖時の個体数予測を試みた。到達確率についてはこの期間の卓越風を北東の風1.5m／sとし，表—1の到達確率マトリクスを利用した。また増殖確率については8,9 月のAnabaena実測値より求めた$\hat{\mu}$の分布を用いた。Anabaena増殖初期に相当する 8月30日の実測値を初期値として,4日後の地点別予測値を等濃度線図として示したのが，図—3 である。予測値（平均値）では，北端部，南端部で実測値（図—4）と食い違う点も見られるが全般的なパターンはほぼ再現出来ていると考えられる。遷移確率予測では藻類量の確率分布が得られるので，分布に関する特性値として超過確率25%値を示すと図—5のようである。超過確率25%値では平均値よりも実測パターンとの相関がよい。予測の精度をブロック別の実測値と予測値（平均値，超過確率25%）との相関図で示すと図—6のようになる。超過確率25%値が平均値に比較して実測値との相関性が良く，予測対象期間がAnabaenaの異常増殖期にあたっていることから，異常増殖期における予測では平均的な予測では不十分であり，ここで一例を示したような確率論的な予測方法が有効であると考えられる。

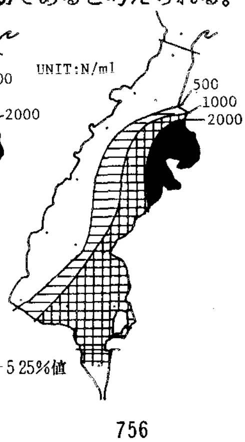
6．おわりに：　湖の藻類分布を確率的に予測する方法として遷移確率による方法を提示した。方法論的には，①初期条件の設定，②境界条件の設定，③到達・増殖確率の与え方等の予測方法として検討すべき点や，④確率分布として得られる予測結果の解釈に問題を残すが，本法は藻類の異常増殖のように短期的，面的に変化する現象を予測する方法として有効であると考えられる。



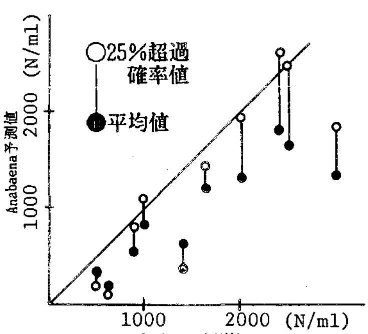
図—3 予測値



図—4 実測値



図—5 25%値



図—6 実測値と予測値の相関