

熊本大学大学院 学生員 ○古田秀雄
 熊本大学工学部 正会員 中島重旗
 熊本大学工学部 正会員 松並裕子

1. はじめに BODを水質指標とした河川水質モデルは、2階偏微分方程式で表わされる。これを実際に数値解析して、河川の形状に応じたシミュレーション・モデルを作成する。そして、それぞれの解析方法におけるモデルの比較・検討を試みたい。解析法には、差分近似による陽法(explicit methods)と陰法(implicit methods)・ラプラス変換のろを用いた。

調査水域は、福岡県久留米市近郊の筑後川中流である。

調査は大規模な河川の例としての筑後川本流と浅い小河川

の例として支流の巨瀬川の2カ所で行った。前者の調査区域が約7 km, 後者のそれが約13 kmである。(図-1参照)

2. 水質変動モデル BODを水質指標とした河川の水質変動モデルは次のように表わされる。

$$\frac{\partial AB}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(A D_L \frac{\partial B}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (AUB) - k_1 BA - k_2 BA + k_3 MS + S_B A + B_T \quad \text{----- (1)}$$

ここで、B=第1段階BOD濃度(gBOD/m³)、D_L=拡散係数(m²/h)、Q=流量(m³/h)、A=流路断面積(m²)、t=時間(h)、x=流れ方向距離(m)、S=潤辺長(m)、k₁=細菌類による酸化分解反応速度係数(1/h)、k₂=BODの沈降速度係数(1/h)、k₃=BODの2次負荷速度係数(gBOD/gChlorophyll/h)、S_B=河床堆積汚泥巻き上げ有機物によるBOD負荷(gBOD/m³h)、M=付着藻類の現存量(gChlorophyll/m²)、B_T=支流からのBOD負荷(gBOD/m³h)

3. 解析法 式(1)の解析解を得ることは困難であるから、以下の方法を用いて数値解を求める。

i)ラプラス変換による解法---大規模河川では、河床の付着藻類が少ないので、水質の変動へ影響を及ぼす程度は、非常に小さいと考えられる。式(1)において、k₃MSとB_Tを無視し、各区間で断面横・流量を一定、定常状態(∂AB/∂t=0)と仮定して、ラプラス変換で解析すると次のようになる。

$$B(x) = \frac{1}{\alpha - \beta} \left[B_0 \left\{ \left(\alpha + \frac{U}{D_L} \right) e^{\alpha x} - \left(\beta + \frac{U}{D_L} \right) e^{\beta x} \right\} - \frac{S_0}{D_L} \left\{ \frac{e^{\alpha x}}{\alpha} - \frac{e^{\beta x}}{\beta} \right\} \right] \quad \text{----- (2)}$$

$$\text{ここで、} \alpha = \frac{1}{2} \left(-\frac{U}{D_L} \mp \sqrt{\left(\frac{U}{D_L} \right)^2 - 4(k_1 + k_2)} \right)$$

ii)陽法の差分近似による解法---浅い小河川では、付着藻類による光合成速度及びBODの2次負荷速度が大きいので無視できない。式(1)において、S_BAを無視したn番目の区間についての陽形式表示(図-2)は、次のようになる。

$$\begin{aligned} & \{B(n, i+1) - B(n, i)\} A_n \Delta x_n \\ &= B(n-1, i) A_{n-1/2} U_{n-1/2} \Delta t - B(n, i) A_{n+1/2} U_{n+1/2} \Delta t \\ & \quad + Q_{in} B(n, i) \Delta t - Q_{on} B(n, i) \end{aligned}$$

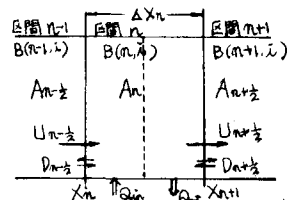


図-2 区間nに関する陽形式表示

$$+ \frac{A_{n+1/2} D_{n+1/2} \{B(n+1, i) - B(n, i)\} \Delta t}{(\Delta x_n + \Delta x_{n+1})/2} + \frac{A_{n-1/2} D_{n-1/2} \{B(n-1, i) - B(n, i)\} \Delta t}{(\Delta x_n + \Delta x_{n-1})/2} \\ + S_n \Delta x_n k_2 M(n) \Delta t + A_n \Delta x_n (k_1 + k_2) B(n, i) \Delta t \quad \text{----- (3)}$$

ここで、 $B(n, i)$ = 時刻 $i \cdot \Delta t$ における流下距離 x_n と x_{n+1} の間における BOD 平均濃度 (g/m^3)、 A_n = n 番目の区間の流路平均断面積 (m^2)、 Δx_n = n 番目の区間長 (m)、 $A_{n+1/2}$ = $n-1$ 番目と n 番目の区間の境界断面積 (m^2)、 $U_{n+1/2}$ = $A_{n+1/2}$ の面を通過する平均流速 (m/h)

上式に必要な数値を代入して代数計算を行い、解の安定が認められるまで反復計算を行う。

iii) 陰法による解法 --- 式(1)を Laasonen 近似により表わすと次のようになる。

$$B(n+1, i) \left\{ 1 + \frac{k_1(k_1 + k_2)}{2} + \frac{2k_2 D_0}{k^2} \right\} + B(n+1, i+1) \left(\frac{k_2 D_0}{k^2} \right) \\ = B(n, i+1) + B(n+1, i+1) \left(\frac{k_2 D_0}{k^2} \right) - B(n, i) \left\{ \frac{k_1(k_1 + k_2)}{2} \right\} + k_2 S_0 \quad \text{----- (4)}$$

上式を Gauss-Seidel の反復法により計算を行う。

4. 解析結果と考察 本流と巨瀬川におけるシミュレーション結果を表-1、表-2に示す。

表-1 ラプラス変換による本流のシミュレーション結果 (1983年9月20日実測)

測点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
実測値(%)	2.53	2.03	2.32	1.99	2.35	2.25	2.47	2.26	2.03	2.28	2.30	2.00	2.18	1.84	2.66
計算値(%)	2.74	2.24	2.40	1.92	2.14	1.92	2.39	2.07	2.01	2.30	2.12	1.91	2.12	1.87	2.02
誤差(%)	9	10	3	3	9	14	3	8	2	1	8	5	3	1	24

表-2 陽法の差分近似による巨瀬川のシミュレーション結果 (1983年9月9日実測)

測点	1	2	7	8	9	10	11	12
実測値(%)	1.55	1.51	3.80	1.97	3.35	2.03	1.68	2.12
計算値(%)	1.55	1.40	3.73	1.80	2.00	2.00	1.65	1.55
誤差(%)	0	7	2	8	40	1	2	27

表-1における誤差の主な原因は、 k_2 と S_0 によるものと思われる。河川の形態(瀬と渚)による k_2 と S_0 を実測によって求める必要がある。さらに精度を高めるための方法として、現在検討中である陰法の差分近似による解法が有効であると思われる。

表-2における誤差の主な原因は、付着藻類の現存量(M)によるものと思われる。 M は調査区域(13.3km)において、上流の4ヶ所だけの実測値に基づいて推定したので、より多くの実測のデータを求める必要がある。

5. おわりに まとめると以下になる。

i) 比較的大規模な河川では、瀬と渚により各係数の大きさが異なる。水深が深いと考えられるので、付着藻類の影響を無視できる。したがって、各区間を瀬と渚により分割して、ラプラス変換によって簡単に解析することができるが、沈降係数 k_2 と巻き上げ S_0 を正確に把握する必要がある。また、陰法の差分近似による解法について現在検討中である。

ii) 浅い小河川では、瀬と渚による著しい変化がなく、水深が数十cmと浅いため付着藻類の影響を無視できない。したがって、差分の陽法により解析しなければならない。なお小河川では、BODの2次負荷速度係数 k_2 が大きな影響を与えていると思われる。

同一のデータを用いた3つの解析法(差分の陽法・陰法・ラプラス変換)によるシミュレーション・モデルの比較・検討については発表時に説明する。最後に、差分の陽法、ラプラス変換を数値解析した徳崎氏(現北九州市役所)、原田氏(現福岡県庁)に感謝します。