

北大工学部 学生員 水島 徹治

北大工学部 正員 森 明巨

北大工学部 正員 岸 力

1. はじめに

レイノルズストレス(あるいは渦動粘性係数)を与える乱流モデルには、i)0方程式、1方程式モデル、ii)2方程式モデル、iii)3本以上の方程式のモデルがある。その中でi)についてはよく現象を説明できず、iii)については現在発展途上の段階であり、ii)が現状では最も広く用いられている。また、ii)の中には $k\epsilon$ モデル、 $k\mu$ モデル、 kW モデルなどがあるが、これらの中で $k\epsilon$ モデルが、アランドル数の計算値と実測値が一致すること、 $k\epsilon$ の境界条件が容易に与えられること、そして係数の普遍性や物理的解釈が容易という点で優れている。そこで本報告では、河川工学上有用である弯曲部の流れ、噴流及び後流、斜離流れ、密度流に対して $k\epsilon$ モデルの適合性を検討した結果について述べる。

2. $k\epsilon$ モデル

k 及び ϵ の輸送方程式

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \beta g_i \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} - \epsilon \quad (1)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + U_i \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right) + C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} (P + G) (1 + C_{\epsilon 3} R_f) - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (2)$$

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (\text{Kolmogorov - Prandtl expression}) \quad (3)$$

ここで k ; 乱流エネルギー、 ϵ ; k の消散率、 ν_t ; 渦動粘性係数、 C_μ , $C_{\epsilon 1}$, $C_{\epsilon 2}$, $C_{\epsilon 3}$, σ_k , σ_ϵ は流れによって変化するが、標準的な値は表1の様である。($k\epsilon$ 1モデル⁽¹⁾)

C_μ	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	$C_{\epsilon 3}$	σ_k	σ_ϵ
0.09	1.43	1.92	*	1.0	1.3

表 1

3. 適用例

① 弯曲部の流れ

Leschziner らは180°の弯曲部の三次元解析を行ない、流速及び水位の計算値と実測値とがよく一致することを示した。また著者は、一様曲率流れで、流れが充分発達した場合(池田⁽²⁾)について解析し、図2、図3に示すような良好な結果を得た。(弯曲部の計算の場合、 $C_\mu = 0.09$, $C_{\epsilon 2} = 1.92$ である)

② 噴流及び後流

この流れでは、plane flowとaxisymmetric flowの場合で C_μ , $C_{\epsilon 2}$ の値が異なり、plane flow では

$$C_\mu = 0.09 g \left(\frac{P}{\epsilon} \right), \quad (C_{\epsilon 2} \text{は同じ}) \quad (4)$$

axisymmetric flow では

$$C_\mu = 0.09 g \left(\frac{P}{\epsilon} \right) - 0.0534 f \quad (5)$$

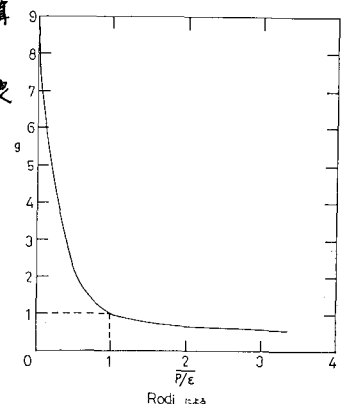


図 1

$$C_{E2} = 1.94 - 0.1336 f \quad (6)$$

$$f = \left| \frac{Y_g}{2\Delta U} \left(\frac{dU_1}{dz} - \left| \frac{dU_1}{dz} \right| \right) \right|^{0.2} \quad (7)$$

ここで Y_g ; 剪断層の幅, ΔU ; 領域を横切る特性流速の差, U_1 ; 流れの中心線上の平均流速, である。また、 $(\overline{P_E}) = \int_{-Y_g}^{Y_g} pUV(\overline{P_E}) dz / \int_{-Y_g}^{Y_g} pUV dz$ であり、plane flow で $j = 0$, axisymmetric flow で $j = 1$ である。 $g(\overline{P_E})$ と $(\overline{P_E})$ の関係を図1に示す。

上記の値を用いると計算値と実測値の一致は良好である。また、噴流の場合、初期値の与え方が計算値に与える影響が極めて大きいので、その精巧な予測が必要である。

③ 剥離流れ

McGuirk と Rodi⁽³⁾ は、深さ方向に平均化したモデルで合流点流れの解析を行なったが、剥離点から再付着点までの距離 X_r の計算値が実測値に比べ小さかった。これは強い流れの曲がりの領域における深さ方向に平均化した渦動粘性係数の過大評価のためと考えられている。(Leschziner and Rodi) Chapman⁽⁴⁾ はこの点を考慮して、対称な開水路における急拡の流れを $C_m = 0.03$ と置いて解析し、剥離流れをよく再現できることを示した。 $C_m = 0.09$ として流れを解くと、実測値に比べ流速は大き目であり、 X_r の値は実測値より約30%小さく、全体的に実測値と計算値の間の一致は不充分であった。

④ 密度流

密度流のように非等方性の強い場では、各レイノルズストレス成分の輸送方程式を考えなければならない。これらの方程式を解くには多くの計算時間を要するため、近似的に代数式に置き換えたものが提案され、密度勾配が小さい場合には計算値と実測値がよく一致することが示されている。しかし大きな密度勾配を有する流れに対しては充分な成果が得られていない。また、浮力に関する係数 G_b の値は実験値にかなりばらつき、値が確定されていない。

4. おわりに

k-εモデルは、大きな密度勾配を有する流れや急拡の流れでは今後計算例を増やして、係数を確定しなければならないが、河川工学上最もよく表われる剪断力の大きい流れでは良好な結果を与えており、乱流流れの計算手法として有力なものと思われる。ただし、k-εモデルの検証は、主として実験水路規模で行なわれたものであるので、今後は大きなスケールの場合の検証が必要であると思う。

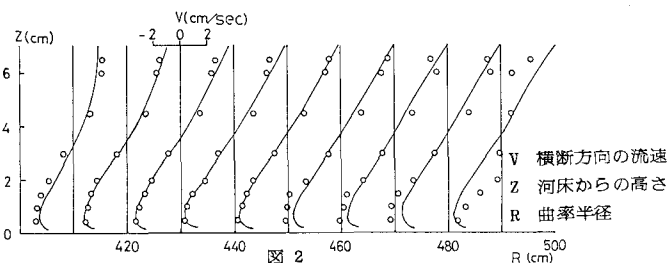


図 2

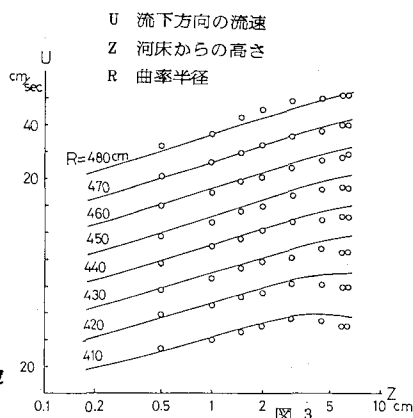


図 3

(参考文献) ① Rodi; *Turbulence model and their application in hydraulics* 1980 ② 池田; PROC. OF JSCE No. 219 1973 ③ McGuirk and Rodi; *Fluid Mech.* Vol. 86 1978 ④ Chapman; *A numerical simulation of two-dimensional separated flow in a symmetric open-channel expansion using the depth integrated two-equation (k-ε) turbulence closure model* 1982 ⑤ 谷一郎; 乱流 ⑥ Launder 他; PROC. CONF. Free Turbulent Shear Flow. Vol. 1, NASA Rep. 1973 ⑦ Harsha; *Kinetic energy method* 1977 ⑧ Launder 他; *The numerical computation of turbulent flows* 1973