

京都大学工学部 正員 〇多田彰秀

京都大学工学部 正員 岩佐義朗

1.はじめに:

前報¹⁾では、開水路非定常流の数値シミュレーションにおいて筆者らが従来より用いている固定格子点の特性曲線法(以後、一次のCH法と呼ぶ)に、二次内挿を導入して内挿計算の精度を上げた計算法を紹介した。その結果、一様水路に関する限りLax-Wendroff法と精度上ほとんど差がないことが明らかになった。本報では、この計算法を用いて変化の急な単斜上昇波の数値シミュレーションを行ない、bore等の不連続部を含む流れに対する二次内挿を用いた特性曲線法(二次のCH法と呼ぶ)の有効性について検討したものである。

2.基礎式と差分化:

対象とする流れの特性上、運動量解析法を用いるものとする。さらに、簡単のため広幅長方形断面の一樣水路を想定し、径深が水深で近似されるものとする(図-1参照)。このとき、流れの基礎式は、次式で与えられる。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = \mathcal{G} \quad (1), \quad U = \begin{bmatrix} h \\ U \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} Uh \\ gM \end{bmatrix}, \quad \mathcal{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ g(S_0 - S_f) \end{bmatrix}$$

ここで、 $M = \frac{U^2}{2g} + h \cos \theta$, $S_f = n^2 U^3 / h^{4/3}$, n : Manningの粗度係数とする。ついで、(1)式を特性曲線表示するとともに、二次内挿を導入して差分化を行なう。その詳細については割愛する(文献2)参照)。

3.単斜上昇波の数値シミュレーション:

表-1に示すような広幅長方形断面の一樣水路を想定し、2ケースについて計算を行なった($\Delta x = 0.5 \text{ m}$, $\Delta t = 0.02 \text{ 秒}$)。初期条件としては、初期水深 $h_0 = 0.03 \text{ m}$, $U_0 = \frac{1}{n} S_0^{1/2} h_0^{2/3}$ の等流状態とした。また、上流端では図-2に示すような水位変化を与え、下流端では水位を一定とした。境界点の計算では、二次のCH法が適用できないので従来の一次のCH法を用いて計算を行なう。

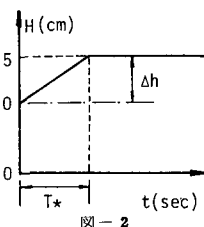


図-2

連続性 図-3は、(2)式で定義される C_r の時間的変化を示したものであり、

$C_r = 1.0$ のとき計算結果は連続性を満たしていると解釈される。

$$C_r = \int_0^t Q(L, t) dt / \left\{ \int_0^t Q(0, t) dt - \int_0^t (A(x, t) - A(x, 0)) dt \right\} \quad (2)$$

ただし、 L : 水路全長、 $Q = Uh$ である。Case 1(実線)では、時間的変化が急な流れのために、計算初期段階では誤差は大きい、波先の伝播とともに1.0の近傍値に収束しており、連続性は満足されていると言える。

波先の水面こう配 上流端で与えられた擾乱の波先における水深変化率 $\frac{\partial h}{\partial t}$ が、次式で定義される K の値より大きい時、水面こう配は漸増し、boreが発生するとされている。³⁾

$$K = \frac{2}{3} \lambda h_0 \cdot (1 - \frac{2}{3} F_r) \cdot (1 + F_r) \quad (3)$$

ただし、 $\lambda = g S_0 / U_0$, $F_r = U_0 / \sqrt{g h_0 \cos \theta}$ である。さて、(3)式で与えられる K の値は、この場合 $K = 8.91 \times 10^{-4} \text{ m/s}$ となる。一方、上流端の水深の変化率(図-2参照)は、Case 1のとき $3.00 \times 10^2 \text{ m/s}$ 、Case 2のとき $7.50 \times 10^4 \text{ m/s}$ であるから、前者の場合にboreが発生すると推測される。

表-1			
計算ケース	$T^*(\text{sec})$	$\left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)_{x=0.0}(\text{m/s})$	
Case1	0.50	3.0×10^{-2}	$> K$
Case2	20.0	7.5×10^{-4}	$< K$
水理条件: $n=0.011$, $S_0=0.002$, $h_0=0.03 \text{ m}$ $U_0=0.393 \text{ m/s}$, $K=8.91 \times 10^{-4} \text{ m/s}$			

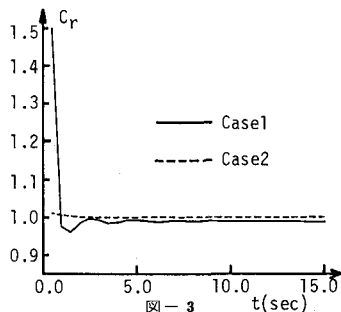
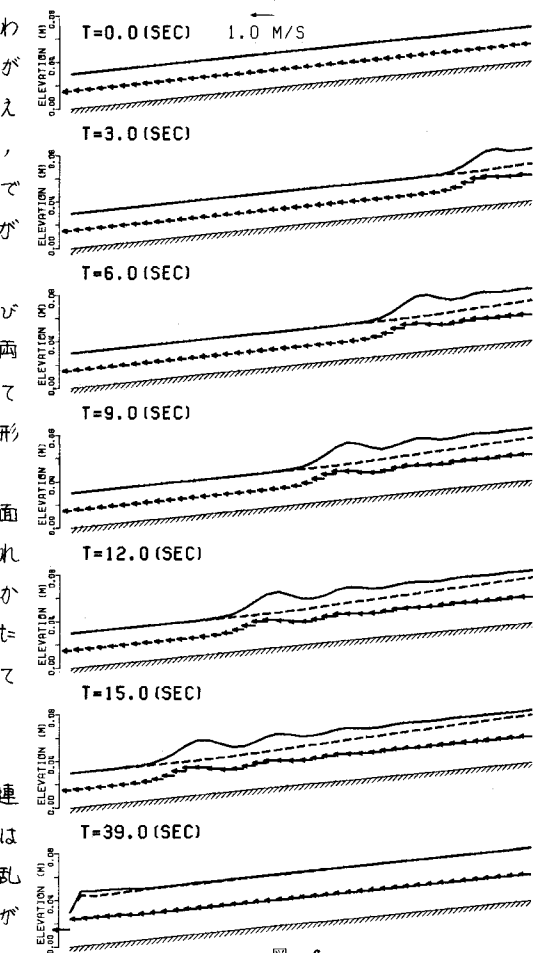
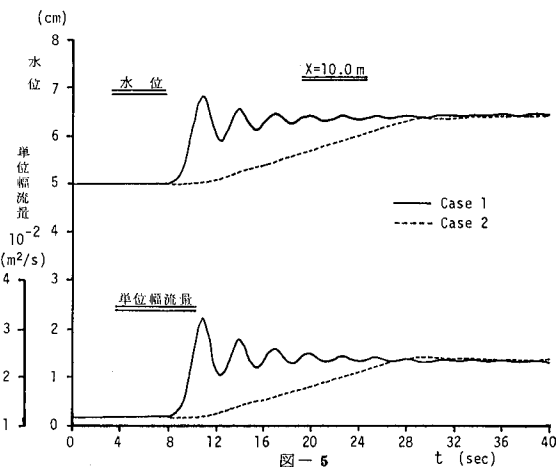
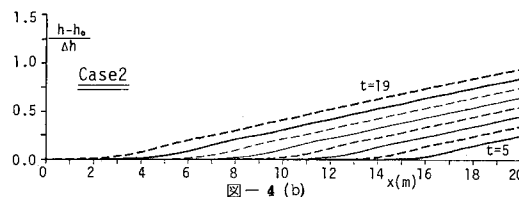
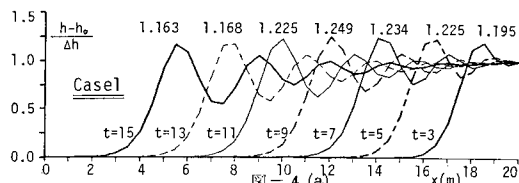


図-3



計算結果より、 $\frac{h-h_0}{\Delta h}$ と x の関係を時間の経過とともに表わしたものが図-4 (a)(b)である。(a)より Case 1 では、波頂が $t=9$ 秒までは発達し、その後減衰していく様子がうかがえる。また、波先での水面こう配は、 $t=3$ 秒までは増加し、以後は波先が下流端の影響を受けるまで変化せずに一定で伝播している。したがって、予想どおり短時間ではあるが擾乱の発達が計算上再現されていると考えられる。

ハイドログラフ 図-5 は、水路中央部での水位および単位幅流量のハイドログラフである。Case 1 (実線) では、両者ともに減衰振動しながら Case 2 (破線) と同じ値に収束していることが確認できる。この事より、 $t=38 \sim 40$ 秒の水面形は両ケースともほぼ一致しているものと予想される。

水面形 図-6 は、Case 1 (実線) および Case 2 (破線) の水面形を示したものである。図-4 および図-5 より予想されたとおり、前者では水面こう配の急な、後者ではなめらかな水面形が得られている。また、定常状態とみなされる $t=39$ 秒での水面形では、両ケースともほぼ良い一致を示している。

4 おわりに:

Case 1 で計算された波先近傍における変化の急な (不連続的な) 水面形状が実際の bore を表現しているかどうかはなお検討を必要とするが、少なくとも上流端で与えた擾乱の発達については、二次の CH 法によって再現することができると言えよう。

(参考文献)

- 1) 多田, 岩佐, 井上; 特性曲線を用いた非定常流の一計算法, 土木学会第 38 回年次学術講演会, 昭和 58 年。
- 2) 岩佐, 多田; 二次内挿の特性曲線法を用いた非定常流の数値解析, 昭和 59 年度関西支部年次学術講演会, 昭和 59 年。
- 3) Lighthill and Whitham: On Kinematic waves, Proc. Roy. Soc. London, Vol. 229, 1955