

パシフィック・コンサルタンツ 正員 林田 貴範
 長岡技術科学大学 正員 河原 能久
 長岡技術科学大学 正員 後藤 巖

1. はじめに

地盤と埋設された円管との間の熱伝達が問題となる場合がある。例えば、地中埋設のパイプラインからの熱損失やヒートパイプによる地熱の抽出等が挙げられる。本報告は、最も基本的な場合として、定常・2次元で、十分な地盤内に円管が1本設置された場合と解析対象とする。ただし、地盤内には地下水流れが存在すること、温度分布の計算は地盤内だけでなく円管の管壁内についても行うものとする。ここでは、有限要素法による数値解析の結果のうち、円管外壁の温度分布、ヌセルト数に及ぼすペクレ数の影響と報告する。

2. 問題の定式化

2.1 基礎式

(仮定) (1)地下水流速分布、地盤内温度分布は2次元である。自然対流の影響は無視する。

(2)地下水流れはいたるところ飽和しており、ダルシーの法則に従う。

(3)地盤材料と水はいたるところ熱平衡にある。

(4)地盤材料と水の物性値(熱伝導率、透水性係数等)は一定であり、等方的である。

図-1 に示すように、円管の上半分を解析領域とする。円筒座標系でエネルギー方程式、速度ポテンシャルと表わすと次のようになる。

$$\text{温度: 地盤内} \quad (\rho c)_w \left(v_r \frac{\partial t}{\partial r} + v_\theta \frac{\partial t}{\partial \theta} \right) = \lambda_e \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \theta^2} \right) \quad (1)$$

$$\text{管壁内} \quad \lambda_s \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \theta^2} \right) = 0 \quad (2)$$

$$\text{流速: 地盤内} \quad \Phi = U_\infty \left(r + \frac{D^2}{4r} \right) \cos \theta, \quad v_r = \frac{\partial \Phi}{\partial r}, \quad v_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}$$

$$\text{管壁内} \quad \Phi = \text{const.}, \quad v_r = 0, \quad v_\theta = 0$$

また、境界条件は以下のようである。

$$r = r_\infty, \quad \theta = \theta \quad \text{に} \quad t = T_f, \quad v_r = v_r(r_\infty, \theta), \quad v_\theta = v_\theta(r_\infty, \theta)$$

$$D/2 \leq r \leq r_\infty, \quad \theta = 0, \pi \quad \text{に} \quad \frac{\partial t}{\partial \theta} = 0, \quad v_\theta = 0$$

$$r = D/2, \quad \theta = \theta \quad \text{に} \quad \textcircled{1} t = T_i \quad \text{または} \quad \textcircled{2} \lambda_s \frac{\partial t}{\partial r} = \alpha_i (T_i - T_0)$$

(λ_e : 地盤の有効熱伝導率, λ_s : 円管材料の熱伝導率, $(\rho c)_w$: 水の熱容量
 r_∞ : 数値計算上の境界までの距離, T_i : 管壁内側温度, T_0 : 管内流体温度, α_i : 管内壁での熱伝達率)

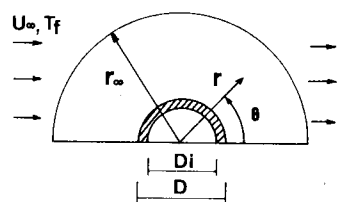


図-1 解析領域と座標系

2.2 座標変換と要素分割

数値解析の便宜上、式(1)、(2)と次の (ξ, η) 座標系に変換する。

$$\xi = \frac{1}{\pi} \ln \left(\frac{2r}{D} \right), \quad \eta = 1 - \frac{\theta}{\pi}$$

この時、式(1)、(2)は以下のようになる。

$$\text{地盤内} \quad \frac{\partial^2 t}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial \eta^2} + \left\{ -\pi Re \sinh(\pi \xi) \cos \pi(1-\eta) \right\} \frac{\partial t}{\partial \xi} + \left\{ -\pi Re \cosh(\pi \xi) \sin \pi(1-\eta) \right\} \frac{\partial t}{\partial \eta} = 0$$

$$\text{管壁内} \quad \frac{\partial^2 t}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial \eta^2} = 0 \quad \left(Re = \frac{U_\infty D}{\lambda_e} \right)$$

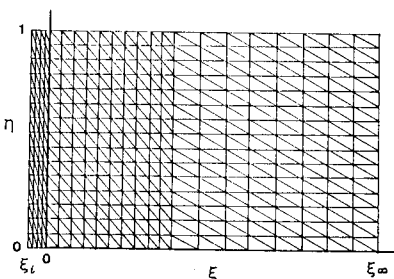


図-2 座標変換と要素分割

また、境界条件は次のようになる。

$$\xi_{\infty} = \frac{1}{\pi} \ln \left(\frac{2r_0}{D} \right), \quad \eta = \eta \quad \text{にて} \quad t = T_f$$

$$\xi_i = \frac{1}{\pi} \ln \left(\frac{D_i}{D} \right), \quad \eta = \eta \quad \text{にて} \quad t = T_i \quad \text{または} \quad \textcircled{2} \quad \frac{\partial t}{\partial \xi} \Big|_{\xi_i} = Bi \cdot \frac{\pi}{2} (T_i - T_0) \quad (Bi = \frac{\alpha_i D_i}{\lambda_s})$$

数値解析は有限要素法にて行った。2次元シンプレックス要素を用い、図-2に示すように解析領域と節点数368、要素数660に分割した。

3. 計算結果

ここでは、 ξ_i の境界条件として①の $t = T_i$ と与えた場合の結果を示す。計算では $r_0/D = 58.8$, $D_i/D = 0.765$, $T_f = 20^\circ\text{C}$, $T_i = 10^\circ\text{C}$ と与えた。また、 $\lambda_e = 0.005 \text{ cal/cm}\cdot\text{s}\cdot\text{deg}$, $\lambda_s = 0.174 \text{ cal/cm}\cdot\text{s}\cdot\text{deg}$ とした。

3.1 円管外壁での温度分布

外壁での温度は前面のよどみ点で最大となり背面よどみ点で最小となる。外壁の温度分布と特徴づける量として、平均温度($\bar{t}_e$)、最大温度差の半分($\frac{1}{2}(T_{ef} - T_{eb})$; t はよどみ点の値とす)に着目し、 $T_f - T_i$ で無次元化した結果が図-3, 4である。図よりペクレ数が10程度以下であれば $\bar{t}_e$ と T_i は同一とみなせること、最大温度差も十分小さいことが知られる。すなわち、外壁温度は T_i に等しく一様であるとして取扱うことができる。

3.2 円管外壁でのヌセルト数

図-5は外壁での局所ヌセルト数の分布を示すものである。円管前面で値が大きく背面よどみ点に向い単的に減少する。ペクレ数の増加に伴い円管前面での増加が顕著になる。図中の点線は主流方向の熱伝導を無視した場合の解析解¹⁾である。図-6は外壁での平均ヌセルト数とペクレ数との1係を示したものである。計算結果は次のように近似しうる。 $Num = 1.02 Pe^{0.445} \quad (1 < Pe < 50)$, $Num = 1.02 Pe^{0.365} \quad (10^{-1} < Pe < 1)$, $Num = \frac{2}{\ln(2r_0/D)} \quad (Pe < 10^{-1})$ 図中の破線は主流方向の熱伝導を無視した場合及び移流による熱輸送を無視した場合の解析解¹⁾である。

参考文献: 1)河原, 林用, 後藤: 第28回水講, pp.579-585

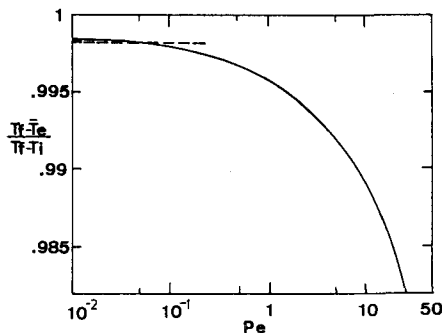


図-3 無次元外壁平均温度

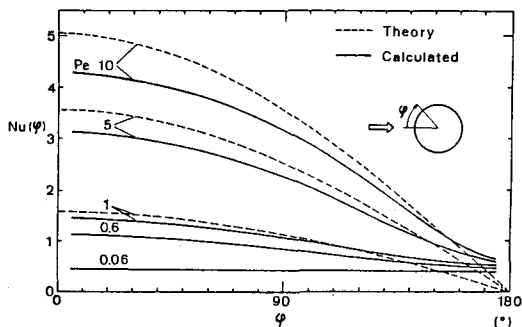


図-5 局所ヌセルト数分布

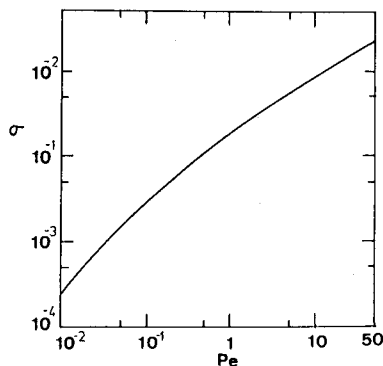


図-4 無次元外壁温度偏差

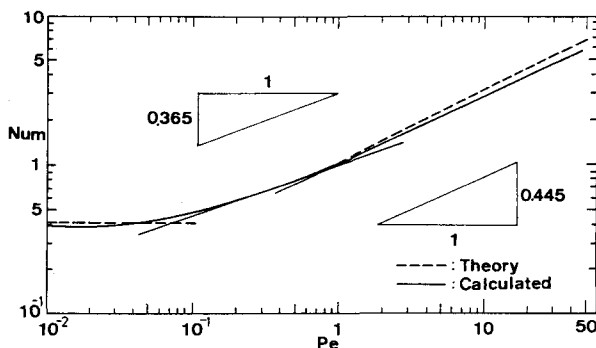


図-6 平均ヌセルト数とペクレ数との関係