

京都大学工学部 正員 井上 頼輝

京都大学工学部 正員 古市 徹

(株)三機工業 正員 寺脇 正文

1.はじめに 筆者らの前回の報告では、われ目岩盤内の飽和浸透流を精度よく解析するために、有限要素パナルティ法を適用した。本報では次のステップとして、われ目岩盤内の汚染物質移動の数値シミュレーションについて検討する。解析手法としては、Neuman (1981)²⁾の提案したオイラー・ラグランジュ法(以下ELMという)を、新しく2次元に拡張し、安定性解析等を行って用いている。

2. ELMによる定式化 ELMでは特性曲線上で現象をとらえるために、支配方程式は(1)~(3)式となる。ここで、(4)式のように濃度 C を移流に關する濃度 $\bar{C}$ と分散に關する濃度 $\hat{C}$ の和の形に表現することを考える。そのためには、 $\bar{C}$ および $\hat{C}$ はそれぞれ(5)~(7)式、(8)~(10)式の方程式系を満たすことが必要である。このように考えると、移流分散方程式を(5)~(7)式で定義される移流問題と、(8)~(10)式で定義される分散問題とに、理論的にあいまいさを残さずに分離できる。移流問題は、空間離散格子の節点にある濃度を持った粒子と考え、特性曲線法によってラグランジュ的に解かれる。節点粒子を移動させることによる格子の変形の効果は、節点粒子が移動した後の濃度分布から、もとの空間固定の格子の上に内挿することによって修正される。分散問題は、別な空間固定した離散格子上で、FEMによってオイラー的に解かれる。1次元ELMに対する安定性解析の結果、ELMの数値スキームは、時間についてCrank-Nicolson型、implicit型を用いるならば全安定であり、ELMではクーラン数(= $u\Delta t/\Delta x$) が1を越えてもよいことが示されている³⁾。

3. 風上有限要素法との比較 2次元問題の例として、面源パルスを入力として与えた場合について、ELMと風上有限要素法とを比較する。図-1は $u/d = 20$ ($u = 0.5$, $d = 0.025$) のときの数値解を示す (○印が数値解, AB断面(左図)とCD断面(右図))。ELM, 風上有限要素法ともに, かなり解析解に近い値が得られていることがわかる。図-2は $u/d = 200$ ($u = 0.5$, $d = 0.0025$) のときの数値解を示す。ELMによる数値解はほぼ解析解に一致している。一方, 風上有限要素法の数値解は, 頂点付近の近似が悪く, またx方向では風上側にずれ, 前後で負の値が出ていることがわかる。以上よりELMは, 移流分散方程式に対し, 特に移流が支配的な現象に対して有効な手法であることがわかる。また, クーラン数は風上有限要素法で0.5であるのに対し, ELMでは

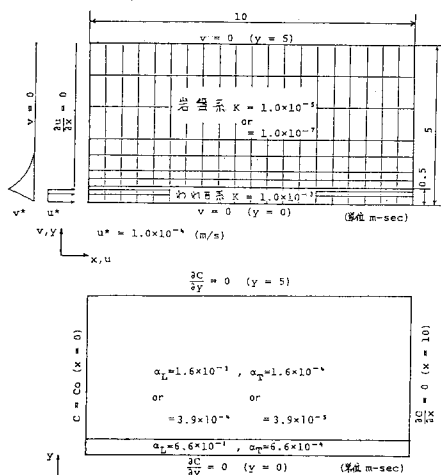


圖-3 解析領域

$$S \frac{DC}{Dt} = \nabla \cdot (D^* \nabla C) - fC + Q, \quad f = \nabla \cdot v + \lambda S, \quad \frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \frac{v}{S} \cdot \nabla \quad (1)$$

I.C. $C|_{t=0} = C_0$ (2), B.C. $-(D^* \nabla C - vC) \cdot n = Q^* - \alpha(C - C^*)$ (3)

$\therefore$ $\left\{ \begin{array}{ll} \psi: \text{流速ベクトル} [L/T], & D^*: \text{分散係数テンソル} [L^2/T] \\ C: \text{濃度} [M/L^3], & \lambda: \text{崩壊定数} [1/T] \\ S: \text{遅れ係数} [-], & Q: \text{source} [M/L^3T] \end{array} \right.$

$$C = \bar{C} + \dot{C}, \quad \bar{C}: \text{移流に関する濃度}, \quad \dot{C}: \text{分散に関する濃度} \quad (4)$$

$$\bar{C} = \text{const}, \quad \int \frac{D\bar{C}}{Dt} = 0 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{I.C. } \bar{C}|_{t=0} &= C_0 & (6) \\ \text{B.C. } v \cdot n \bar{C} + \alpha (\bar{C} - C^*) &= Q^* & (7) \end{aligned}$$

$$\dot{c} = \text{const}, \quad \left\{ S \frac{D\dot{c}}{Dt} = \nabla \cdot (\mathbf{D}^* \nabla \dot{c}) - f\dot{c} + Q + \bar{g} \right. \quad (8)$$

$$\text{I.C.} \quad \dot{c}|_{r=\infty} = 0 \quad (9)$$

$$\text{B.C.} \quad -(\mathbf{D}^* \nabla \dot{c} - v \dot{c}) \cdot \mathbf{n} + \alpha \dot{c} = (\mathbf{D}^* \nabla \bar{c}) \cdot \mathbf{n} \quad (10)$$

図-1で1.0、図-2で3.0であり、ELMはクーラン数が大きくとれる分だけ Δt を大きくとれ、計算時間の面においても有利である。

4. われ目岩盤解析 図-3

に示すような解析領域と境界条件およびパラメータ値に対して、有限要素パルティ法で岩盤浸透流を、ELMで汚染物質移動を数値シミュレートした結果を図-4, 5に示す。図-4は、岩盤系の透水係数 K が 10^{-5} (m/sec)の場合である。

流速分布はわれ目系内ではほぼ一様であり、岩盤系内では

われ目系に近いところで流れが速く、離れた所ではほとんど流れはなく、また流出端近くでは流れはほぼ x 方向のみとなる。濃度分布については、われ目系内は3日で定常に達し、岩盤系内では120日後、360日後の図から、まず流入端近くで y 方向へ移動してから x 方向へ運ばれ、流れ場をよく反映していることがわかる。浸透距離 E_v (y 方向の境界流速 $v^*=0$ となる距離)までは速やかに移動し、 E_v をこえると濃度勾配がゆるやかとなり、分散で物質が移動していることがわかる。図-5は、 $K=10^{-7}$ (m/sec)の場合である。岩盤系内の流速は、 $10^{-8} \sim 10^{-9}$ (m/sec)のオーダーで非常に遅いものとなっている。濃度分布は、360日後、1080日後のものを示している。移流より分散が支配的であるので、濃度勾配はゆるやかとなっているのがわかる。

5. おわりに ELMは、移流項の卓越した移流分散方程式を解くのに有効な手法であることが示せた。また、われ目岩盤解析に充分適用可能であることがわかった。

<参考文献>

1. 寺脇 吉市・井上、第38回土木学会年報(1983)。
2. Neuman, S.P., J. Comp. Phys., 41, 270~294, (1981)。
3. 寺脇 正文、京都大学修士論文(1984)。

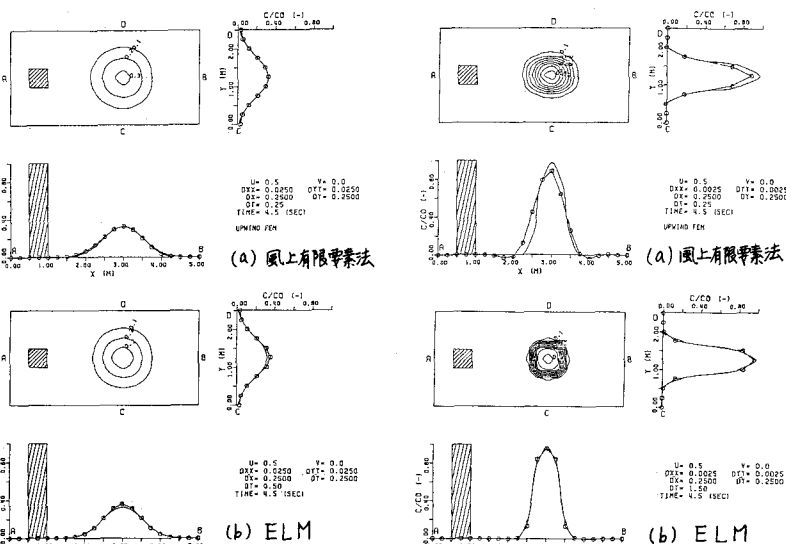
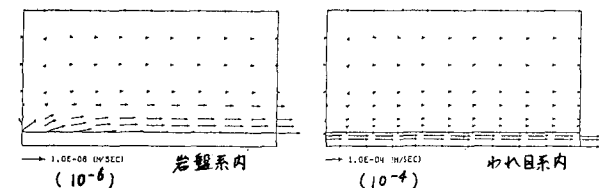
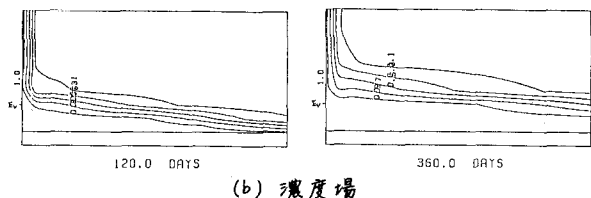


図-1. 数値解と解析解の比較 ($u/d=20$)

図-2. 数値解と解析解の比較 ($u/d=200$)

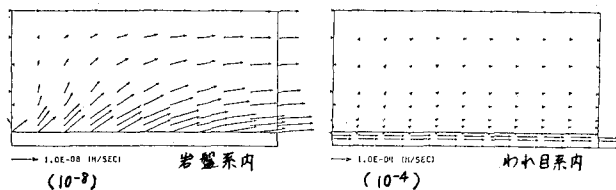


(a) 流れ場 (左右の図でベクトルのスケールが異なる)

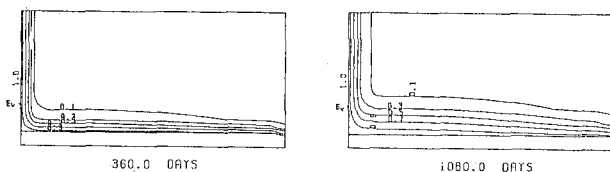


(b) 濃度場

図-4. 数値シミュレーション結果 (岩盤系の $K=10^{-5}$ (m/sec) の場合)



(a) 流れ場 (左右の図でベクトルのスケールが異なる)



(b) 濃度場

図-5. 数値シミュレーション結果 (岩盤系の $K=10^{-7}$ (m/sec) の場合)