

1. まえがき

地下水位の低下により、塩水が内陸部へ侵入する塩水障害の例は数多く報告されており、地下密度流における淡水境界面の挙動を解析することは意義あるものといえよう。本報は断面2次元流について、淡水境界面の挙動を境界要素法を用いた数値解析の定式化を行い、計算例を示し、また地下水位の低下に伴う塩水の侵入を暗きから淡水を注入し抑制するための簡単な注水量の算定手法を示し、検討を行ったものである。

2. 基礎方程式

解析領域を図-1に示すように横圧導水層とし、淡水と塩水との間の混合・拡散は無視できるものとして、淡水・塩水領域にダルシー則と連続の式を適用すると、

$$\partial^2 \phi_f / \partial x^2 + \partial^2 \phi_f / \partial y^2 = (Q/R) \delta(x-x_0) \delta(y-y_0) \quad (1)$$

$$\partial^2 \phi_s / \partial x^2 + \partial^2 \phi_s / \partial y^2 = 0 \quad (2)$$

ここでポテンシャル ϕ_f は淡水、 ϕ_s は塩水を表わし、それぞれの領域の速度ポテンシャルは $\phi_f = P/(Rg) + y$, $\phi_s = P/(Rg) + y$ で定義している。また R は透水係数、 Q は暗きからの取水量または注水量(取水量を正)、 δ はデルタ関数である。

3. 境界要素法による基礎方程式の定式化と淡水境界面の非定常計算

式(1)(2)に重み付け残差法を用いると、境界上のポテンシャルと法線方向のポテンシャル勾配の関係式は、

$$(1/2) \phi_f - \int_C \phi_f \partial/\partial n \{ (1/2\pi) \ln r \} ds - \iint (Q/R) \delta(x-x_0) \delta(y-y_0) \cdot (1/2\pi) \ln r dx dy = - \int_C \phi_f \partial/\partial n \{ (1/2\pi) \ln r \} ds \quad (3)$$

$$(1/2) \phi_s - \int_C \phi_s \partial/\partial n \{ (1/2\pi) \ln r \} ds = - \int_C \phi_s \partial/\partial n \{ (1/2\pi) \ln r \} ds \quad (4)$$

境界を有限個の要素に分割し、式(3)(4)を離散化すると

$$\phi_{fi} - (Q/R) \{ (1/\pi) \ln r_{i,0} \} - \sum_{j=1}^N \phi_{fj} \{ (1/\pi) \partial/\partial n (\ln r_{ij}) \} \Delta s_j = - \sum_{j=1}^N \phi_{fj} \{ (1/\pi) \partial/\partial n (\ln r_{ij}) \} \Delta s_j \quad (5)$$

$$\phi_{si} - \sum_{j=1}^N \phi_{sj} \{ (1/\pi) \partial/\partial n (\ln r_{ij}) \} \Delta s_j = - \sum_{j=1}^N \phi_{sj} \{ (1/\pi) \partial/\partial n (\ln r_{ij}) \} \Delta s_j \quad (6)$$

式(5)(6)について、淡水境界面を1、不透水面を2、ポテンシャル一定面を3として三つに分割し、行列表示をみると、

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{f1} \\ \phi_{f2} \\ \phi_{f3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial\phi_{f1}/\partial n \\ \partial\phi_{f2}/\partial n \\ \partial\phi_{f3}/\partial n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} Q \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{s1} \\ \phi_{s2} \\ \phi_{s3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{13} \\ E_{21} & E_{22} & E_{23} \\ E_{31} & E_{32} & E_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial\phi_{s1}/\partial n \\ \partial\phi_{s2}/\partial n \\ \partial\phi_{s3}/\partial n \end{bmatrix} \quad (8)$$

なお境界条件は図-2に示す。

淡水境界面 $S(x,t)$ の非定常計算は、境界面の条件として淡水・塩水領域から得られる圧力が等しい、ポテンシャル勾配の絶対値が等しい、 $\phi_f \{ \phi_{f1} - \phi_s(x,t) \} = \phi_s \{ \phi_{s1} - \phi_s(x,t) \}$ 、 $\partial\phi_{f1}/\partial n = -\partial\phi_{s1}/\partial n$ の二つの関係式を用い、 $\partial\phi_{f1}/\partial n$ を式(7)(8)より求めると、

$$\partial\phi_{f1}/\partial n = F + GQ \quad (9)$$

となり、境界面の移動は次式を差分化し求めた。

$$R \partial\phi_{f1}/\partial n = n \cos(\alpha, y) ds/dt \quad (10)$$

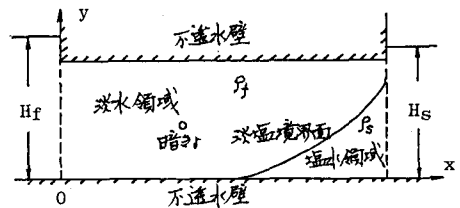


図-1 解析モデル

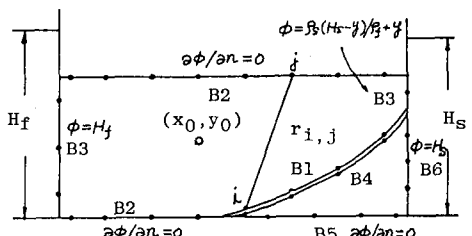


図-2 解析領域の離散化

ここで、 H_f は淡水、 H_s は塩水、塩水密度であり、 x は淡水境界面の位置を含む領域の位置と境界条件よりなる係数行列で、 G は暗きよの位置を表す係数行列で、 n は空げき率である。

4. 数値計算例

計算例として、通達長 100 cm 、帯水層厚 40 cm 、透水系数 $0.3\text{ cm}^2/\text{sec}$ 、空げき率 $n=0.4$ 、境界条件 $H_f=50.0\text{ cm}$ 、 $H_s=48.0\text{ cm}$ とし、暗きよ ($x_0=50.0\text{ cm}$, $y_0=20\text{ cm}$) の取水量 $Q=0, 1, -1\text{ cm}^2/\text{sec}$ の場合の淡水境界面の定常解が変動を図-3~5に示す。なお図-3の破線は導一様を仮定した場合の境界面の定常解がある。

5. 塩水侵入抑制の注水量について

海岸帯水層での淡水取水による地下水位の低下や、河口湖での水位の低下により、塩水が内陸部へ侵入する。本報では暗きよから淡水を注入することにより塩水化の進行を抑制することと考える。実際には地下水位の低下に伴い、淡水境界面は非定常運動としており、注水開始時期をも考慮した動的な注水計画の定式化も考えらねばならぬが、ここでは簡単なものとして、限界淡水境界面を任意に設定し、非定常過程で境界面が限界境界面に近づいた時、注水を開始し、地下水位(境界条件)の回復があれば、注水を停止する方法をとる。注水量は境界条件と限界境界面形状により、式(9)の淡水領域の境界面上のポテンシャル勾配領域内の方角正負が全て負となすように Q を決定することで得られる。

図-6 は $H_f=45.0\text{ cm}$ 、 $H_s=48.0\text{ cm}$ とし、限界淡水境界面を図-7の実線とし、暗きよの位置 ($x_0=50\text{ cm}$, $y_0=5\sim35\text{ cm}$) を変化させた場合の式(9)より得られる注水量を示す。なお破線は境界面先端のポテンシャル勾配正負にする注水量を示す。図-7は図-6の注水量を考慮した境界面形状である。限界境界面と越えているが、ほぼ塩水の侵入は制御できているといえよう。

6. おわりに

境界要素法による淡水境界面形状の算定手法は、有限要素法と比較し、要素の組み替えと領域内部を計算する必要がなく、かなり有効な方法だといえよう。また種々の境界条件による注水量を求めておけば、塩水の侵入は制御できると考えらねばならぬ。今後は、実験値との比較を行い、解の精度や自由地下水についても検討してゆきたい。

参考文献

- 1) 境界要素法入門 C.A.ブレイク著 岩風館

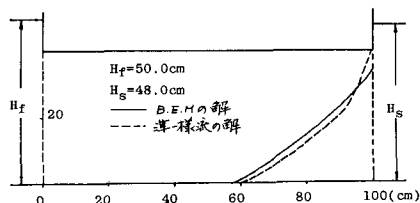


図-3 定常解

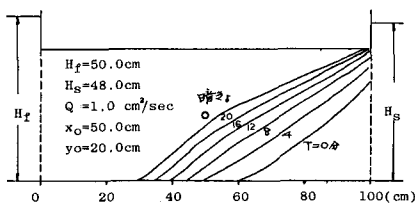


図-4 $Q=1.0\text{ cm}^2/\text{sec}$ の非定常解

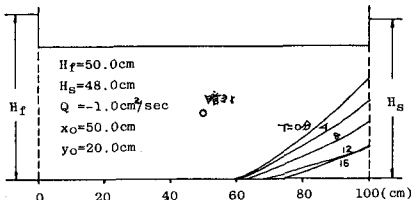


図-5 $Q=-1.0\text{ cm}^2/\text{sec}$ の非定常解

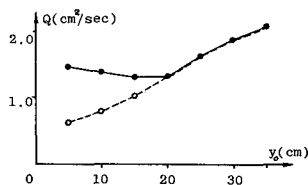


図-6 暗きよの位置と注水量

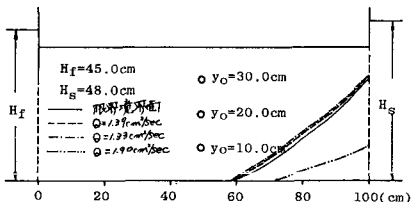


図-7 注入時の定常解