

早稲田大学理工学部 学生員 村重 宏
東 洋大学 工学部 正 員 福井 吉孝
早稲田大学理工学部 正 員 吉川 秀夫

1. はじめに

ある河床状態で、十分に境界層の発達した流れが、まったく別の河床状態の領域へ流入すると、新たな河床状態の影響により、内部境界層が発達することが知られている。これがいわゆる粗度急変流である。

石川、吉川¹⁾らは、滑→粗の粗度急変流に対し、境界層理論によって内部境界層を取扱い、いくつかの問題点を指摘している。また、松梨²⁾は、内部境界層に関する物理的現象について考察している。西野³⁾は、これらの研究をもとに、粗度急変点の境界条件のみで、境界層理論による解析を行なった。筆者らは、これらの研究をもとに、図1に示すような粗→滑の粗度急変流について、境界層理論によって解析を行ない、底面せん断力の算定を行なった。

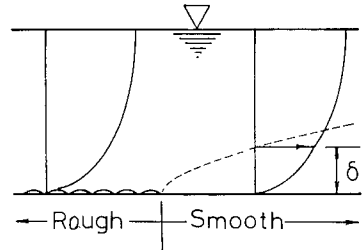


図1. 内部境界層の概念。

2. 実験

図2に示すような、鋳鉄製可変公差水路において実験を行なった。滑面としてアクリル板を、粗面として、直径1.6mmのビー玉を敷いたものを用いた。実験内容を表1に示す。

実験としては、内部境界層の発達を調べるべく、粗度急変点前後、数断面にわたって、ピトー管により流速を測定し、流速分布形状を求めた。内部境界層は、図1のように、流速分布の変曲点で示される。実験で得られた流速分布を両対数分布で表わすと、内部境界層厚が得られる。実験によると、流速分布は、粗面上で1/5乗則、滑面上で1/7乗則に従うことがわかった。

TAB. EXPERIMENT

RUN	flowrate(l/s)	h ₀ (cm)	1×10
1	20.15	5.2	00583
2	30.27	6.7	"
3	16.90	5.0	"
4	20.15	6.1	00258

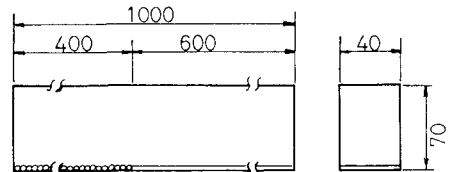


図2. 実験水路

3. 底面せん断力の算定

一般的に、乱流境界層の取扱いにおいては、カルマンの運動量式が用いられている。しかし、本ケースの場合図1に示すように、 $y=\delta$ において、 $\partial u/\partial y \neq 0$ であるから、 $y=\delta$ におけるせん断力 τ_δ を考慮せねばならないため、カルマンの運動量式は、(1)式のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial x}(\bar{U}^2 \theta) + \delta^* U \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{\rho}(\tau_0 - \tau_\delta) \quad (1)$$

θ: 運動量厚 δ^* : 排除厚

3-1° 主流速 $\bar{U}$ の算定

一般的に主流速 $\bar{U}$ は、断面の最大流速である。しかし、内部境界層の場合、図1のように、 $y=\delta$ における流速は、最大ではない。西野³⁾によると、(1)式を適用することから、運動量厚上の流速を考えることを提案している。滑面上で、 τ_0 によるエネルギー損失を無視して、全断面にベルヌーイの定理を適用すると、(2)式を

得る。これを差分化し、初期値として、境界点上の運動量厚上の流速を与えると U が算定される。境界層内ぞ、ベキ乗則が成立すると仮定すると、流量 Q 、境界点の水深 h_0 がわかると、運動量厚上の流速は、(3)式で与えられる。なお、計算上の仮定とし、西野ら³⁾と同様、 x 方向の水深は h_0 で一定とした。

$$U \frac{\partial U}{\partial x} = gI \quad I: \text{河床勾配} \quad (2)$$

$$U_{x=0} = \frac{n+1}{n} \cdot \frac{Q}{B h_0} \left\{ \frac{n}{(n+1)(n+2)} \right\}^{\frac{1}{n}} \quad B: \text{水路幅} \quad (3)$$

3-2° 内部境界層厚の算定

内部境界層の発達のは方は、乱流境界層と同じであるとい般にいわれている。⁴⁾したがって、本計算の概念は、図3に示

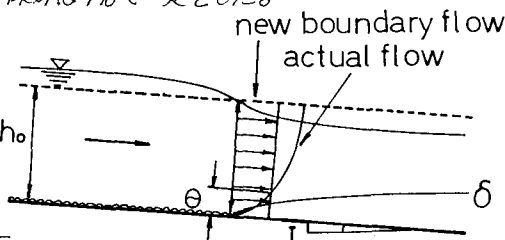


図3. 計算上の仮定

すようになる。このことを考えると、(1)式において、(4)式が成立しなくてはならない。これを(5)式のように(1)式と連立させて差分化し、(2)式によって得られた U を与えると、 δ が算定される。

$$\tau_0 - \tau_\delta = 0.0225 \left(\frac{U \delta}{\nu} \right)^{-\frac{1}{4}} \rho U^2 \quad \text{ブラジウスの抵抗則} \quad (4)$$

$$\frac{7}{72} U \frac{\partial \delta}{\partial x} + \frac{23}{72} \delta \frac{\partial U}{\partial x} = 0.0225 \left(\frac{U \delta}{\nu} \right)^{-\frac{1}{4}} \rho U^2 \quad (5)$$

3-3° 底面せん断力 τ_0 の算定

松梨ら²⁾によると、水深方向のせん断力分布は、内部境界層外ぞ、前の状態が保存されていることがわかってる。この場合、粗→滑と河床状態が変わるので、図5に示すように、粗面上の乱れ、すなわち δ は、西野ら³⁾と異なり、無視し得ない。そこで、水深方向のせん断力が直線的に変化すると仮定すれば、 τ_δ は、(6)式で示される。一方、(6)式中の τ_r は、粗面上の底面せん断力で、これは、平均流速公式から、(7)式で表わされる。

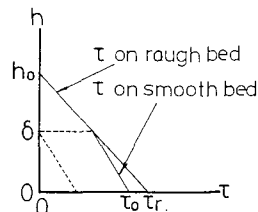


図4. 水深方向のせん断力

$$\tau_\delta = \tau_r \left(1 - \frac{\delta}{h_0} \right) \quad (6)$$

$$\tau_r = \rho \left\{ \frac{1}{6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{h_0}{k_s}} \frac{Q}{B h_0} \right\}^2 \quad (7)$$

これらと、(4)式から、 τ_0 が算定される。

3-4° 算定結果

計算結果の一例を図6、7に示す。これより、粗→滑の流れも、粗度急変点で、せん断力が上昇することがわかる。また、西野ら³⁾と比較すると、粗→滑の流れの方が、滑→粗の流れに比較して、内部境界層の発達のは方は小さい。したがって、 τ_0 の回復は、本ケースの場合の方がおこる。

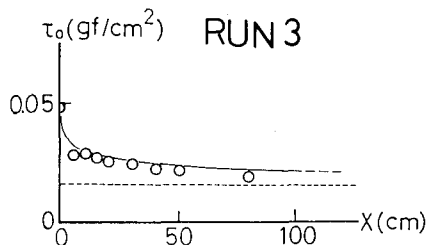


図5. τ_0 の算定結果

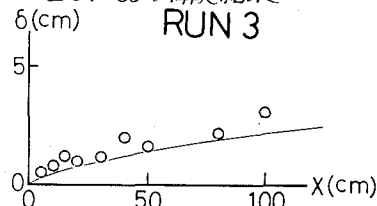


図6. δ の算定結果

最後に、本実験の遂行に協力して下さった、早大理工学部流体実験管理室の皆さんに、記して謝意を表します。

(参考文献) 1) 吉川, 石川, 吉川 「開水路の内部境界層の研究」 土木学会論文集 第235号

2) 吉川, 松梨 「内部境界層の発達機構に関する研究」 第38回 年次講演会

3) 西野, 松梨, 吉川 「粗度急変流における境界層理論の適用」 第39回 年次講演会

4) R.A. ANTONIA and R.E. LUXTON, et.c.