

大阪大学大学院 学生員 榎山 長一
大阪大学工学部 正 員 室田 明
大阪大学工学部 正 員 中辻 啓二

1. 概要 ; 表層密度噴流における鉛直方向連行係数とリチャードソン数との関係を理論的に求めた。それは、平均流速、平均浮力ならびにレイノルズ応力分布の相似関数近似の下に、体積、浮力と運動量の保存則に平均流のエネルギー方程式を連立させて展開した積分モデルに基づく。理論式は椿・小松¹⁾やJirka²⁾によっても誘導されているが、提案式は簡潔な表現であることに加えて実験値を良好に説明する。

2. 基礎方程式 ; 図-1に示す座標系を用いて、表層密度噴流の支配方程式——連続、拡散、x方向運動方程式——を $z=0 \sim \infty$ の範囲で断面積分すると、体積、浮力および運動量の保存則は次式のように表わされる。このとき、平均流速、平均浮力の鉛直方向分布は流程方向に相似形を保つことを仮定している。

$$\frac{d}{dx}(I_U U_S H_U) = \alpha U_S \quad (1)$$

$$\frac{d}{dx}(I_{UB} U_S B_S H_U) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{d}{dx}(I_{2U} U_S^2 H_U) = -\frac{d}{dx}(I_{B2} B_S H_U^2) \quad (3)$$

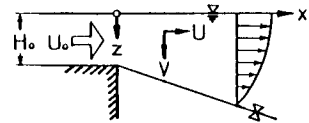


図-1 座標系

ここに、 U_S は表層流速、 B_S は表層浮力、 H_U は界面水深、 α は連行係数、 $I_U = \int_0^\infty f(\eta) d\eta$ 、 $I_{2U} = \int_0^\infty f^2(\eta) d\eta$ 、 $I_{B2} = \int_0^\infty m(\eta) d\eta$ 、 $I_{UB} = \int_0^\infty f(\eta) m(\eta) d\eta$ 、 $f(\eta) = U/U_S$ 、 $m(\eta) = B/B_S$ 、 $\eta = z/H_U$ である。

上記連立方程式系は未知数が過剰であるために解けない。ここでは方程式の数の不足を補う付加的条件として、次式で表わされる平均流のエネルギー方程式を導入する。

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dx}(I_{EU} U_S^3 H_U) = -\frac{d}{dx}(I_{EB} U_S B_S^2 H_U) + U_S^3 \int_0^\infty S(Ri_S) n(\eta) \frac{\partial f(\eta)}{\partial \eta} d\eta \quad (4)$$

ここに、 $S(Ri_S) \cdot n(\eta) = \overline{uv}/U_S^2$ 、 $Ri_S = B_S H_U / U_S^2$ 、 $I_{EU} = \int_0^\infty f^3(\eta) d\eta$ 、 $I_{EB} = \int_0^\infty f(\eta) \int_0^\infty m(\eta) d\eta d\eta$ である。

平均流のエネルギー方程式を導入することにより、新しい未知数としてレイノルズ応力 $-\overline{uv}$ がふえるが、 $-\overline{uv}$ に関しても実験に基づき相似分布形を仮定する。式(1)～式(4)を恒等式 $d(U_S^3 H_U)/dx = 2 U_S d(U_S^2 H_U)/dx - U_S^2 d(U_S H_U)/dx$ に代入して展開すると、連行係数 α の理論式がつぎのように得られる。

$$\alpha = 2 I_U \frac{S(Ri_S) \int_0^\infty n(\eta) \frac{\partial f(\eta)}{\partial \eta} d\eta}{(I_{EU} + 2 I_{EB} Ri_S)} + \left\{ \frac{2 I_U I_{EB}}{(I_{EU} + 2 I_{EB} Ri_S)} + \frac{2 I_U I_{B2}}{(I_{2U} + I_{B2} Ri_S)} \right\} \left\{ \frac{d}{dx}(Ri_S H_U) - Ri_S \frac{dH_U}{dx} \right\} \quad (5)$$

これより、(i)流速、浮力、レイノルズ応力の分布形、(ii)レイノルズ応力と成層度との関係、(iii) $Ri_S H_U$ および H_U の流程方向変化率、が明らかになれば、連行係数 α をリチャードソン数 Ri_S のみの関数として表現できることになる。

3. 相似分布形状 ; 図-2は平均流速と平均浮力の鉛直方向分布の実験値を示す。縦軸は平均流速と平均浮力をそれぞれの表層値で無次元化した U/U_S 、 B/B_S である。横軸は水深を流速の半値半幅で無次元表示した $\eta (=z/H_{0.5})$ である。これより、両分布形は図中の実線で示される関数形 $m(\eta) = \exp\{-\eta^2\}$ 、 $f(\eta) = \exp\{-(0.833\eta)^2\}$ で表示できることがわかる。また、

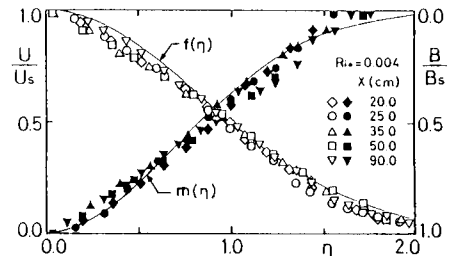


図-2 流速と浮力の鉛直方向分布

は $-\overline{uv}$ を断面内最大値 $(-\overline{uv})_{\max}$ で無次元化した $-\overline{uv}/(-\overline{uv})_{\max}$ を示す。同図中の実線と破線はそれぞれプラントルの混合距離理論より得られる $-\overline{uv} \sim (\partial U/\partial z)^2$, $-\overline{uv} \sim \partial U/\partial z$ である。実験値の傾向から判断して実線で示す $n(\eta) = 3.788 \eta^2 \exp \{-2(0.833 \eta)^2\}$ の関数形を仮定する。積分モデルにおいては、分布形が相似関数で表示できることが重要であり、その関数形は二次的な問題である。最終的には断面積分値で評価することになるため、図-3中の実線と破線の分布形のどちらを採用しても大差はない。

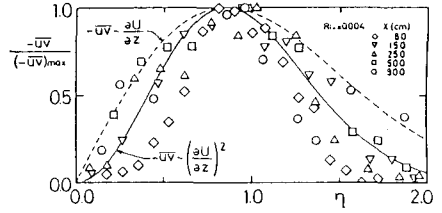


図-3 レイノルズ応力の鉛直方向分布

4. 浮力効果の表現 ; 浮力効果が勝ってくると、鉛直方向流体運動が抑圧され、乱れの活性が抑制される。レイノルズ応力は噴流の初期領域において大規模渦の発達とともにその強度を増大させ、浮力効果の増加とともにその強度は遞減していくことが知られている。³⁾ 図-4は断面内最大レイノルズ応力とリチャードソン数との関係を示したものである。縦軸は $S = (\overline{uv})_{\max}/U_s^2$ 、横軸は Ris である。両対数表示した場合、 $S = 1.04 \times 10^{-3} Ris^{-0.9}$ の関係式が得られた。つぎに、 $RisHu$ と Hu の流程方向変化率に関しては、成層度の最も強い場合 ($Ri = 0.059$) と最も弱い場合 ($Ri = 0.004$) の変化率を求めることにより式(5)の第2項の変化を知ることができる。 $RisHu$ の流程方向変化率は $0.015 \sim 0.072$ また Hu のそれは $0.021 \sim 0.083$ の範囲であった。以上より、未知量がすべて求まった。既知となった値を式(5)に代入することにより得られた連行係数に関する理論式はつぎのようである。

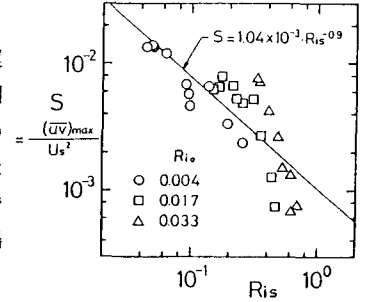


図-4 $\frac{(\overline{uv})_{\max}}{U_s^2}$ と Ris との関係

$$\alpha = \frac{2.81 \times 10^{-3}}{(1.30 + Ris) Ris^{-0.9}} - \frac{0.55 (Ris - 0.39)}{(1.30 + Ris)(2.97 + Ris)} \left\{ \frac{d(RisHu)}{dx} - Ris \frac{dHu}{dx} \right\} \quad (6)$$

5. 実験結果との比較 ; 図-5は理論値と実験値とを比較したものである。縦軸は連行速度 Ve を表層流速 U_s で無次元化した連行係数 Ve/U_s 、横軸は Ris である。また同図中の符号は実験値、曲線は理論値を表わす。実線は式(6)の第1項のみを用いて求めた理論値で、斜線部は $RisHu$ および Hu の変化を考慮した式(6)の第2項の変化範囲を示す。同図より、理論値は実験値の傾向を非常に良好に予報しているのがわかる。また Ris の大きい領域で式(6)の第2項の影響は大きくなるが第1項のみを用いた表現でも十分な精度が得られると考えられる。

一方、図-5中の破線は Jirka の推定値である。Jirka は浮力によるレイノルズ応力の低減を密度差に基づく圧力勾配を勘案することにより表現した理論を展開しているが、実験結果とあまり合致していない。また、式(6)を Ellison-Turner⁴⁾ 流に書き直して、彼らの実験値とも比較した結果、理論式は実験値と良好に一致することがわかった。

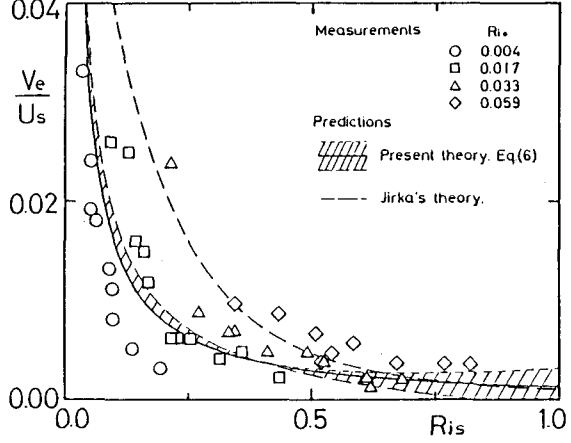


図-5 Ve/U_s と Ris との関係

(参考文献) 1) 椿・小松: 土木学会論文報告集, 第273号 (1978) 2) Jirka, G.H.: Turbulent Buoyant Jet and Plume, Pergamon Press (1982) 3) 室田・中辻・戸上: 土木学会論文報告集, 第342号 (1984) 4) Ellison, T.H. and Turner, J.S.: J. Fluid Mech., vol.6 (1959)