

京都大学大学院 学生員 白畑智幸

京都大学工学部 正 員 岩佐義明

広島大学工学部 正 員 細田 尚

1. 序 論；本研究は、まず、一様乱流場でのk-εモデルの基本的特性を述べ、その後、K-εモデルの適用例として、Surface Jetを取り上げ、数値解析結果を検討する。

2. 一様乱流場でのk-εモデルの特性；一様乱流場では、k-εモデルは

$$\frac{dk}{dt} = -\varepsilon, \quad \frac{d\varepsilon}{dt} = -C_{\varepsilon_2} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (1)$$

と表わされる。この解は、初期条件 $t=t_a$ で $k=k_a$, $\varepsilon=\varepsilon_a$ を用いて

$$k = k_a \left(\frac{t}{t_a} \right)^{-\frac{1}{C_{\varepsilon_2}+1}}, \quad \varepsilon = \varepsilon_a \left(\frac{t}{t_a} \right)^{-\frac{C_{\varepsilon_2}}{C_{\varepsilon_2}+1}} \quad (2)$$

である。これより $C_{\varepsilon_2} > 1$ が必要である。一方、Kármán-Howarth 方程式に、Kolmogoroff と Kármán の相似仮説を適用すれば、

$$k = k_a \left(\frac{t}{t_a} \right)^{-2\frac{\sigma+1}{\sigma+3}}, \quad \varepsilon = \varepsilon_a \left(\frac{t}{t_a} \right)^{-\frac{3\sigma+5}{\sigma+3}} \quad (3)$$

が得られる。¹⁾ ここに、 σ は不変量 $\Lambda = \overline{u^2} \int_0^\infty r^\sigma f(r) dr$ のパラメータ。 (f : 二重速度縦相関, $\overline{u^2} = \frac{2}{3}k$)

(2), (3)式のべきの比較より $C_{\varepsilon_2} = (3\sigma+5)/(2\sigma+2)$ となる。Loitsiansky, Birkhoff の積分の不変を要請するとき、それぞれ $\sigma = 4, 2$ であり、それに対応して $\sigma = 4 \rightarrow C_{\varepsilon_2} = 1.7$, $\sigma = 2 \rightarrow C_{\varepsilon_2} = 1.83$ となる。本研究では Rodi²⁾に従い、1.92を用いた。

3. Surface Jetへの適用例；対象とする領域と座標系をFig. 1に示した。境界条件としては、出口の流量 Q_0 を一定とし、出口で水位のこう配が $\partial h/\partial x = 0$ とする。また、下流端は水位を一定とし、流速、乱れエネルギー、エネルギー散逸率のこう配を $\partial U/\partial x$, $\partial k/\partial x$, $\partial \varepsilon/\partial x = 0$ とした。

次のような無次元量を導入する。

$$U' = \frac{U}{U_0}, \quad V' = \frac{V}{U_0}, \quad k' = \frac{k}{k_0}, \quad \varepsilon' = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}, \quad p' = \frac{p}{\rho g h_0}, \quad x' = \frac{x}{h_0}, \quad y' = \frac{y}{h_0}, \quad t' = \frac{t U_0}{h_0}$$

ここに、 U_0, h_0 : 初期の放出口での流速と水位, k_0, ε_0 : 放出口での乱れエネルギー、エネルギー散逸率。

上記の無次元量を用いて基礎式を無次元化すると次のようになる。(以後、無次元量の、をとる。)

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (4) \quad p = \frac{(h-y)}{h_0} \quad (5)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{Fr_0^2} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\beta^2}{\alpha} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial U}{\partial y} \right) \right] \quad D = g_0 \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (6)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\beta}{\alpha} D \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - \frac{\alpha}{\beta} \varepsilon + \frac{\beta^2}{\alpha} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{D}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{D}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) \right] \quad (7)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\beta}{\alpha} C_{\varepsilon_1} \frac{\varepsilon}{k} D \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - \frac{\alpha}{\beta} C_{\varepsilon_2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\beta^2}{\alpha} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{D}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{D}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) \right] \quad (8)$$

ここに、 α, β, Fr_0 は次のように定義される

$$\alpha = \frac{\varepsilon_0 h_0}{U_0^3}, \quad \beta = \frac{k_0}{U_0^2}, \quad Fr_0 = \frac{U_0}{\sqrt{g h_0}}$$

無次元パラメータである。

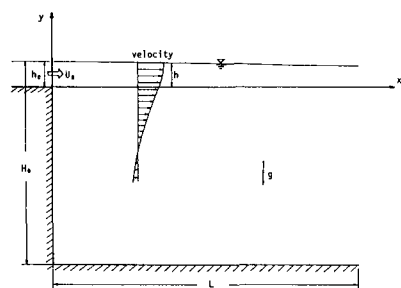


Fig. 1 対象領域と座標系

解析法は岩佐・松尾・俞³⁾が貯水池の解析に用いたexplicit法を用いた。ただし、水位の計算には、Peregrine⁴⁾がUndular Boreの数値解析に用いたものと類似の次のような方法を用いた。(Fig.2 参照)

$$\frac{h_{i+1/2}^{n+1/2} - h_{i+1/2}^{n-1/2}}{\Delta t} + \frac{h_{i+1/2}^{n+1/2} + h_{i+1/2}^{n-1/2}}{2} \cdot \frac{U_{s,i+1}^n - U_{s,i}^n}{\Delta x} + U_{s,i}^n \frac{h_{i+1/2}^{n+1/2} - h_{i+1/2}^{n-1/2}}{2 \Delta x} = V_{s,i+1/2}^n \quad (9.a)$$

によって $h_{i+1/2}^{n+1/2}$ を求め、 $h_{i+1/2}^{n+1/2}$ を用いて $(n+1)$ step の流速を求める。これを用いて $(n+1)$ step の水位 $h_{i+1/2}^{n+1}$ を次式で求めた。

$$\frac{h_{i+1/2}^{n+1} - h_{i+1/2}^{n-1}}{\Delta t} + \frac{h_{i+1/2}^{n+1} + h_{i+1/2}^{n-1}}{2} \cdot \frac{U_{s,i+1}^{n+1} - U_{s,i}^{n+1} + U_{s,i+1}^n - U_{s,i}^n}{2 \Delta x} + \frac{U_{s,i+1}^{n+1} + U_{s,i}^{n+1} + U_{s,i+1}^n + U_{s,i}^n}{4} \cdot \frac{h_{i+1/2}^{n+1} - h_{i+1/2}^{n-1}}{2 \Delta x} = \frac{V_{s,i+1/2}^{n+1} + V_{s,i+1/2}^n}{2} \quad (9.b)$$

$DX=3$, $DY=0.5$ とし、定数の値は $C_M=0.09$, $C_{E1}=1.44$, $C_{E2}=1.92$, $\sigma_k=1.3$, $\sigma_\varepsilon=1.0$ とした。流れが定常となるまで時間発展を行った。数値解析の水理諸量を Table 1 に示した。

Run 1 を例にとって流れの定常化過程を示したのが Fig. 3 であり、表層流速の時間変化を示してある。時間が十分経過しても若干の振動がみられるが、ほぼ定常状態とみなすことができよう。

次に、領域の大きさの違いによる流れの違いを検討するために、Run 1, 2 の定常状態での表層流速の減衰を示したのが Fig. 4 で、両者は、放出口付近では一致しているが、 x が増加するにつれて水深の小さい Run 1 の方は大きく減衰するようになる。

領域の大きさを同一にして、 α, β の値を変化させたのが Run 2~4 であり、そのときの表層流速の減衰を Fig. 5 に示した。図には、実験式⁵⁾

$$\frac{U}{U_0} = 2.41 \left(\frac{x}{2h_0} \right)^{-1/2} \quad (10)$$

も示してあり、計算値は、 x の増加とともに実験値に漸近していく。

Fig. 6, Fig. 7 には、表層の k , ε の減衰を示した。これを見ると、出口付近では k , ε ともに増加し、 x が大きくなるとともに著者らが示した⁶⁾ べきで減少していくのがわかる。流速, k , ε の鉛直分布形については講演時に示す。

参考文献 1) Rotta; 大流通雄訳 乱流 岩波, 2) Kollmann; Prediction Method

for Turbulent Flow, 3) 岩佐・松尾・俞; 京大防災年報 22B-2, 4) Peregrine, J.F.M. Vol. 25.

5) Fisher et al.; Mixing in Inland and Coastal Waters, 6) 岩佐・細田・松井; 土木学会第 38 回年次講演会概要集

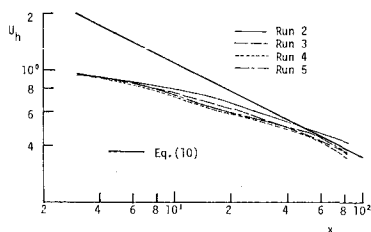


Fig. 5 表層流速の減衰

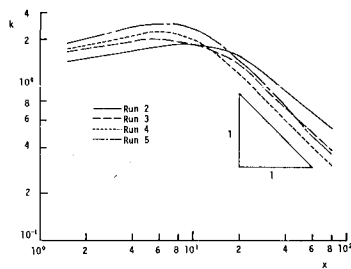


Fig. 6 表層の k の減衰

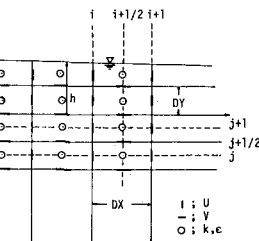


Fig. 2 水理量の定義位置

Run	Fr ₀	α	β	H_0/h_0	L/h_0
Run 1	0.391	1.33×10^{-3}	0.015	15	84
Run 2	0.391	1.33×10^{-3}	0.015	30	84
Run 3	0.391	1.33×10^{-3}	0.020	30	84
Run 4	0.391	1.33×10^{-3}	0.025	30	84
Run 5	0.391	6.65×10^{-4}	0.020	30	84

Table 1 水理諸量

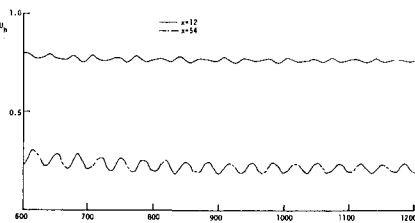


Fig. 3 定常化過程 (Run 1)

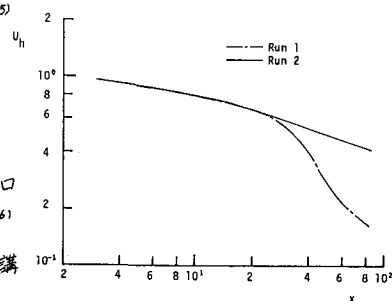


Fig. 4 表層流速の減衰

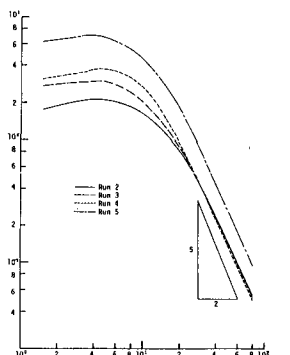


Fig. 7 表層の ε の減衰