

1. はじめに 蛇行河川は、その流れにのみ注目した場合、局所的な加速・減速作用、交互に向きを変える2次元流などが存在する複雑な3次元乱流である。蛇行流路内の流れの3次元解析には、池谷らによる重み付き残差法を用いた解析があり、滑動粘性係数の評価には問題があるものの、蛇行流の3次元流況をある程度表現している。蛇行流あるいは単弯曲部流の解析において問題となる点の1つは Reynolds 応力の評価であり、それに対し Boussinesq 近似を用いた場合、乱れ場の情報は滑動粘性係数に集約されることになる。しかし、従来のほとんどの解析は、その値を直線流などからの類推によって、あらかじめ一定値あるいは一定の分布形として与えている。Leschziner²⁾らは単弯曲水路を対象とし、滑動粘性係数の決定には乱れ場の局所的变化を考慮できる K-ε モデルを用いた3次元数値計算を行い、この種の流れの解析に対する K-ε モデルの有効性を報告している。

本報告は、蛇行流の基本的3次元流況を予測するため、各輸送方程式の簡略化を主流方向の拡散項の無視のみにとどめ、滑動粘性係数の決定には K-ε モデルを用いた3次元数値計算を行ったものである。

2. 計算の対象及び座標系 計算の対象は並行して行なわれた実験の矩形断面蛇行風路を考へ、蛇行一投長について横断面下半分を計算領域とする。従って、座標系は図1に示された直交曲線座標 (S, n, z) 系を考へる。S 軸は風路中心軸に右っており、式(1)で示される sine-generated-curve に従っている。

$$\alpha = \alpha_0 \cos\left(\frac{2\pi S}{L}\right) \quad (1), \quad \frac{1}{R(S)} = -\frac{d\alpha}{ds} = \frac{\alpha_0 2\pi}{L} \sin\left(\frac{2\pi S}{L}\right) \quad (2)$$

ここに、 α : 風路中心軸から平均流下方向の直線となす角、 α_0 : 最大偏角、 L : 蛇行一投長、 $R(S)$: S 軸の局所曲率半径である。座標系の基本量として、計量テンソル、図1. 蛇行風路及び座標系

g_{ij} (g^{ij}) は式(3)で与えられ、Christoffel 記号、 Γ_{jk}^i は式(4)で与えられる。

$$g_{ij} = [g^{ij}]^{-1} = \begin{bmatrix} \left\{ \frac{R(S)+n}{R(S)} \right\}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3) \quad \Gamma_{11}^1 = -\frac{n}{R(S)\{R(S)+n\}} \frac{\gamma(R(S))}{\partial S}, \quad \Gamma_{11}^2 = -\frac{R(S)+n}{\{R(S)\}^2} \quad (4)$$

$$\Gamma_{21}^1 = \Gamma_{12}^1 = 1/\{R(S)+n\} \quad (\text{これ以外はゼロ})$$

3. 支配方程式及びその簡略化 連続式は式(5)で与えられ、Reynolds 方程式は、流れを定常とし、粘性項及び体積力項を無視すると、式(6)の形となる。(式(5)、(6)の変数の成分は物理成分でないことに注意された。)

$$\Pi_{,i}^i = 0 \quad (5), \quad (\Pi^i \Pi^j)_{,j} = -\frac{1}{\rho} g^{ij} P_{,j} - (\overline{u^i u^j})_{,j} \quad (6)$$

ここに、 Π^i : 流速平均成分、 u^i : 流速変動成分、 P : 静圧、 ρ : 密度、 ν : 動粘性係数であり、 $(\overline{\quad})$ は平均操作、 $(\quad)_{,j}$ は共変微分を示している。ここで、式(6)の Reynolds 応力項に式(7)で定義される Boussinesq 近似を導入する。

$$-\overline{u^i u^j} = (g^{ik} \Pi_{,k}^j + g^{js} \Pi_{,s}^i) - \frac{2}{3} g^{ij} K \quad (7) \quad \nu_t: \text{滑動粘性係数}$$

$$K: \text{乱れ運動エネルギー}$$

K-ε モデルは、式(7)に現われる滑動粘性係数 ν_t が式(8)の関係によって決定するもので、乱れエネルギー K とその消散率 ϵ は、それぞれ輸送方程式(9)、(10)を解くことにより求められる。

$$\nu_t = C_\mu \cdot K^2 / \epsilon \quad (8)$$

$$\Pi_{,j}^j K_{,j} = -\Pi_{,ij} \overline{u^i u^j} + (g^{ij} \frac{\nu_t}{\sigma_K} K_{,i})_{,j} - \epsilon \quad (9), \quad \Pi_{,j}^j \epsilon_{,j} = -C_\epsilon \frac{\epsilon}{K} \Pi_{,jk} \overline{u^j u^k} + g^{jk} (\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \epsilon_{,j})_{,k} - C_\epsilon \frac{\epsilon^2}{K} \quad (10)$$

ここに、 $C_\mu = 0.09$, $\sigma_K = 1.0$, $\sigma_\epsilon = 1.3$, $C_{\epsilon 1} = 1.47$, $C_{\epsilon 2} = 1.92$ はすべて定数であり、ここに示した値は Imperial College のグループによって提案されているもので、通常不通過数として用いられる。

4. 計算手法及び境界条件 計算手法としては差分法が用いられ、圧力のまま次元で記憶し、近似された圧力方程式を解くことにより、流速場及び圧力場を反復計算によって補正していく SIMPLE-Algorithm が用いられた。差分メッシュは Staggered Mesh で、 $(SX \times XZ) = (73 \times 32 \times 12)$ とし、計算手順は図2に示された通りで、横断面ごとに進み行進計算が、圧力場が収束するまで上流から下流へとくり返し行なわれる。

本数値計算における境界条件は、入口、出口、壁面及び水平中央面の4つに分類される。入口：入口断面においては、圧力を除くすべての従属変数の値が与えられなければならない。ここでは、実験値との比較を行うため、次のように与えた。 $U_s = \text{実験値}$, $U_n = U_z = 0$, $V_t = K U_s Z'$, $\epsilon = U_s^3 / K Z'$, $K = (V_t \epsilon / C_\mu)^{1/2}$, $z = z'$, U_s, U_n, U_z は流速の物理成分, K : カルマン定数, z : 壁面からの距離, U_s : 摩擦速度である。壁面：考えている支配方程式は完全乱流域においてのみ成り立つものであるから、壁面条件に対しては特別な措置が必要であり、ここでは、Wall Function法が用いられた。すなわち、壁面に最も近い差分メッシュ上で定義される変数は、次のような関係式を満たすように決定される。

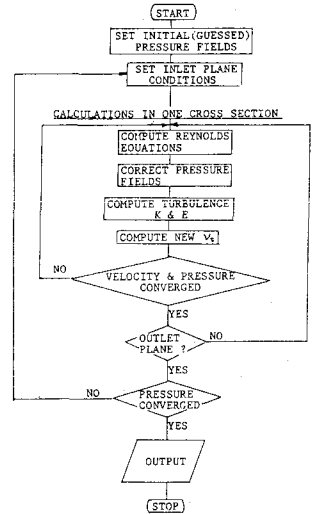


図2 計算のフローチャート

$$\frac{V_t}{V_*} = \frac{1}{K} \ln \left(E \frac{V_* Z'}{V} \right), (V_t)_P = K V_* Z'_P (= C_\mu K_P^2 / \epsilon_P), K_P = (V_*^3 / C_\mu)^{1/2}, \epsilon_P = C_\mu^{3/4} K_P^{3/2} / Z'_P = (V_*^3 / K Z'_P) \quad (11)$$

ここに、添字 P は流れ場の境界に最も近い格子点を示し、 V_P : 合流速ベクトル, V_* : V_P と同じ方向の摩擦速度, E : 壁面の状態によって決まる定数 (滑面の場合, $= 9.793$) である。対称面: $U_s / z = 0$, $U_n / z = 0$, $U_z = 0$, $2K / z = 2\epsilon / z = 0$ (12) 出口: 出口条件は圧力のみ与え、ここでは大気圧条件とした。

5. 計算結果 計算結果の一部が図3～5に示されている。

まず、主流の流速分布であるが、図3には鉛直平均流速の横断方向分布が示されており、蛇行系の平面的な変化は非常によく表現されている。ここには示されていないが、鉛直方向分布も分布形としては、よくその変化が表現されている。図4には水平中央面上の静圧の横断方向分布が示されており、数値解は実験値と良く一致している。図5には、数値解による2次流の横断方向遷移過程が示されており、交互に向きを変え、互いに干渉する2次流の変化が良く表現されている。

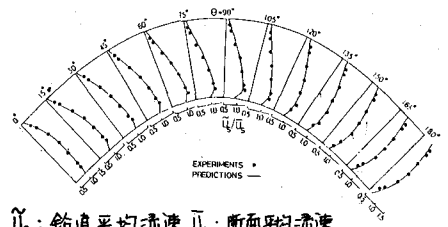


図3 鉛直平均流速横断方向分布

6. 結論 本数値計算手法は、境界条件の取り扱いなどに問題点があるが、蛇行系の基本的特性を明らかにするために有用な手法であることが判明した。

また、計算の遂行にあたって、電中研の田中伸和博士、名大プラズマ研の武本行正氏には御助言を頂いた。記して、謝意を表します。(参考文献)

1) 土論, 342号, '84, 2) ASCE,

Vol. 105, HY10, '79.

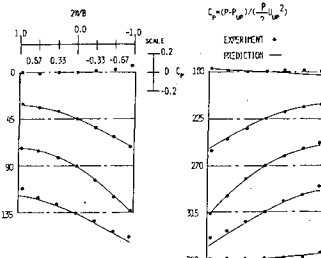


図4 静圧横断方向分布

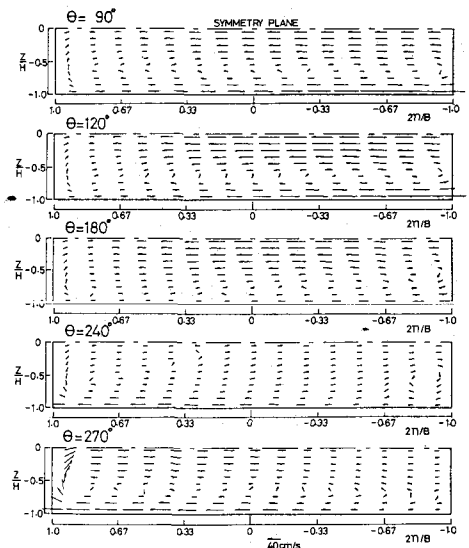


図5 横断面内流速ベクトル図(2次流)