

東京大学大学院 学生員 ○ 池谷 毅
東京大学工学部 正 員 玉井信行

1. 序

河道内の流れは河道法線の曲がり、底面の地形、川幅の変化等の影響で3次元なものとなる。これらの要因の内、河道法線の湾曲による3次元流れについては、乱流モデルを用いた解析が行われている (LESCHZINER・RODI(1979), DEMUREN(1983))。しかしながら、底面地形の変化を含んだ場合についての解析方法は不十分である。

本報告では座標変換により底面地形の影響を考慮する方法を示し、乱流の計算に先駆けて層流に対する計算結果を紹介する。

2. 解析の対象と座標変換

解析の対象とする水路を図1に示す。

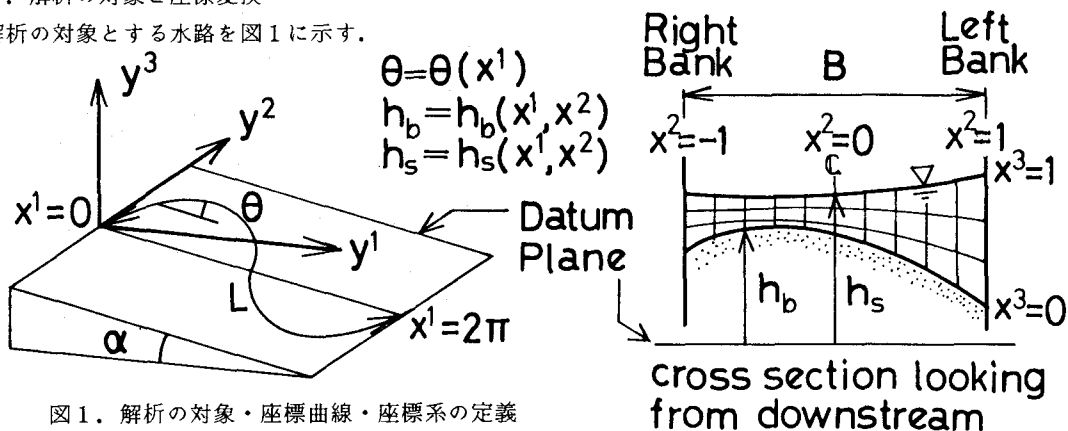


図1. 解析の対象・座標曲線・座標系の定義

複雑な形状をした解析対象を座標変換により直方体に変換する。すなわち底面、水面、側壁を座標曲面とする次の座標変換を考える。

$$y^1 = \left\{ \int_0^{x^1} \cos \theta \frac{L}{2\pi} dx^1 - \frac{B}{2} x^2 \sin \theta \right\} \cos \alpha + \left\{ (h_s - h_b) x^3 + h_b \right\} \sin \alpha \quad (1)$$

$$y^2 = \int_0^{x^1} \sin \theta \frac{L}{2\pi} dx^1 + \frac{B}{2} x^2 \cos \theta \quad (2)$$

$$y^3 = - \left\{ \int_0^{x^1} \cos \theta \frac{L}{2\pi} dx^1 - \frac{B}{2} x^2 \sin \theta \right\} \sin \alpha + \left\{ (h_s - h_b) x^3 + h_b \right\} \cos \alpha \quad (3)$$

ここに、 y^1, y^2, y^3 は直角座標系、 x^1, x^2, x^3 は一般曲線座標系であり、その他の記号は図1に示した。

3. 基礎方程式

基礎方程式としては曲線座標系を用いて書いた連続式、及び粘性項において流下方向の微分を無視した定常状態に対するナビエ・ストークスの方程式をとる (例えば玉井(1979))。

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^i} (\sqrt{g} u^i) = 0 \quad (4)$$

$$u^i_{;j} u^j = - \frac{G}{\rho} p^i + g^{ml} (\nu u^i_{;l})_{;m} + g^{il} (\nu u^m_{;l})_{;m} \quad (5)$$

$$j=1,2,3; l,m=2,3$$

ここに u^i : 流速ベクトルの反変成分, G : 重力加速度, ρ : 流体の密度, p : 圧力, ν : 動粘性係数,

g^{ν} : 共役計量テンソル, g : 計量テンソルの行列式である。記号 ∂ は共変微分を表わし, 記号 ∂ は偏微分を示す。

また, 境界条件は以下のとおりとする。

$$x^3 = 0 : u^1 = u^2 = u^3 = 0 \quad (6)$$

$$x^3 = 1 : p = 0 \quad (7)$$

$$u^3 = 0 \quad (8)$$

$$\tau^{13}/\rho = g^{32}\nu u^1_{,2} + g^{33}\nu u^1_{,3} + g^{12}\nu u^3_{,2} + g^{13}\nu u^3_{,3} = 0 \quad (9)$$

$$\tau^{23}/\rho = g^{32}\nu u^2_{,2} + g^{33}\nu u^2_{,3} + g^{22}\nu u^3_{,2} + g^{23}\nu u^3_{,3} = 0 \quad (10)$$

$$x^2 = \pm 1 : u^1 = u^2 = u^3 = 0 \quad (11)$$

4. 解析

式(4), (5)をDEMUREN(1983)と同様に差分化し数値計算により解を求めた。なお, 移流項の差分化に際しては, QUICKを用いている。計算するべき変数は u^1, u^2, u^3, p, h_s である。

計算に用いた水路形状, 水理量を以下に示す。但し, Q は流量である。

$$\theta = \theta_0 \cos x^1, \quad h_b = h_{b0} x^2 \sin x^1$$

$$\theta_0 = 0.3, \quad h_{b0} = -0.3(\text{cm}), \quad Q = 27.0(\text{cm}^3/\text{s}), \quad \alpha = 0.0001, \quad L = 100.0(\text{cm}), \quad B = 10.0(\text{cm})$$

なお, 上下流端では, 周期条件を用いた。

5. 結果・考察

計算された流速分布を図2, 3に示す。図2は, $x^1 =$ 一定面内の流速分布を示している。図3は, $x^3 =$ 一定面内の流速分布を示している。これらの図をみると, 定性的にはほぼ妥当なものであり, 満足できる結果であると考えられる。

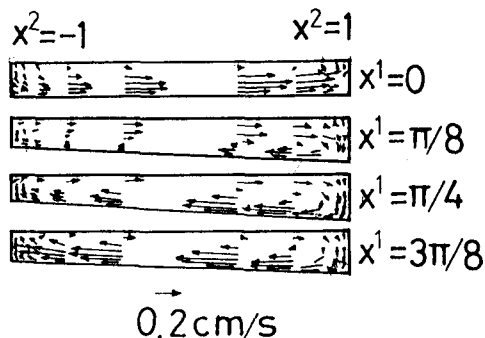


図2 $x^1 =$ 一定面内の流れ

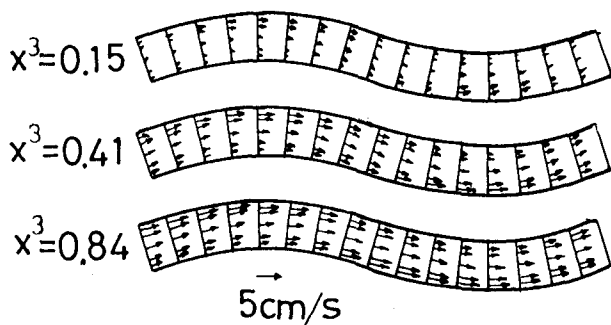


図3 $x^3 =$ 一定面内の流れ

5. 結論・今後の課題

本報告では, 座標変換により複雑な形状を単純な形状に変換し, 一般曲線座標系を用いて書いた基礎方程式を従来からある差分計算法で数値解析を行った。その結果, 定性的には妥当な結果を与える事が分かった。

今後は, 乱流モデルと組み合わせることにより, 乱流に対する計算を行うと同時に, 実験結果と比較し計算方法の定量的な評価を行いたいと考えている。

<参考文献>

- 1) Leschziner, M. A., W. Rodi (1979): Calculation of Strongly Curved Open Channel Flow, Proc. ASCE, J. Hyd. Div., 105, HY10, pp. 1297-1314.
- 2) Demuren, A. O. (1983): Three Dimensional Numerical Computation of Flow and Pollutant Dispersion in Meandering Channels, Proc. 20th. Cong., IAHR, Vol. 3, pp. 29-36.
- 3) 玉井信行(1979): 連続体の力学(III), 土木工学体系7, 彰国社, 354P.