II-232 小・中規模河床波の領域区分統合化の試み

北大工 正員 黒木幹男
北大工 学生員 村井禎美
北大工 正員 岸 力

1．はじめに． 移動床流れでは，水理・河道条件の組合わせのちがいによって，河床に種々の河床波が形成される。河床波はそれを支配するスケールのちがいによって，小規模河床波（dune, transition, flat, antiduneなど）と中規模河床波（単列砂州，複列砂州）に大別される。従来，両河床波の形成領域区分は，それぞれ別個に取り扱かわれ，統一した理論は出来ていない。ここでは，二次元浅水流モデルを用いて，小規模河床波においては，横方向の波数 $l \to 0$ の極限操作を行なうことで説明し，両河床波の形成領域を統一的に説明しようと試みたものである。

2．河床安定解析の基礎式 流れを2次元浅水流として取扱い，準定常と考える。流れの運動方程式流れおよび流砂の連続式を無次元化し，流速，河床剪断力，流砂量等を，平均量と変動量に分けて線型化すると，変動量に関して，式(1)〜(4)の様に書ける。ただし，$\hat{u}$，$\hat{v}$は，x，y方向流速，F_rは局所水深，$\hat{\eta}$は局所河床高，$\hat{\xi}$は局所水面変動，$\hat{\tau}_x$，$\hat{\tau}_y$，$\hat{q}_{Bx}$，$\hat{q}_{By}$はそれぞれ，x，y方向の河床剪断力および流砂量であり，それぞれ無次元化した変動量を表わす。又，λは河床砂の空隙率，Iは平均河床勾配，Hは平均水深であり，$\tilde{x}=x/H$，$\tilde{y}=y/H$，$\tilde{t}=tH/U$である。

$$F_r^2\frac{\partial \hat{u}}{\partial \tilde{x}}+\frac{\partial \hat{\xi}}{\partial \tilde{x}}+\hat{\eta}-\hat{\xi}+\hat{\tau}_x=0 \qquad (1)$$

$$F_r^2\frac{\partial \hat{v}}{\partial \tilde{x}}+\frac{\partial \hat{\xi}}{\partial \tilde{y}}+\hat{\tau}_y=0 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{x}}(\hat{u}+\hat{\xi}-\hat{\eta})+\frac{\partial}{\partial \tilde{y}}(\hat{v})=0 \qquad (3)$$

$$\frac{\partial \hat{\eta}}{\partial \tilde{t}}+\frac{q_{B0}}{(1-\lambda)UH}\left\{\frac{\partial}{\partial \tilde{x}}(\hat{q}_{Bx})+\frac{\partial}{\partial \tilde{y}}(\hat{q}_{By})\right\}=0 \qquad (4)$$

$$\hat{\tau}_x=2\hat{u}+\alpha_1(\hat{\xi}-\hat{\eta})+\alpha_2\frac{\partial}{\partial \tilde{x}}(\hat{\xi}-\hat{\eta}) \qquad (5)$$

$$\hat{\tau}_y=\hat{v}-\frac{1}{0.7}\left(1-0.67\sqrt{\frac{\tau_{*c0}}{\tau_*}}\right)\frac{\tau_*-\tau_{*c0}}{\tau_*}\frac{\partial \hat{\eta}}{\partial \tilde{y}} \qquad (6)$$

$$\hat{q}_{Bx}=\left.\frac{\partial \Phi_1}{\partial \tau_*}\right|_{\tau_{*0}}\frac{\tau_{*0}}{\Phi_1(\tau_{*0})}\hat{\tau}_*(x-\delta)+\Phi_2(\tau_*)\left(I-\frac{\partial \hat{\eta}}{\partial \tilde{x}}\right) \qquad (7)$$

$$\hat{q}_{By}=\hat{v}-0.96\sqrt{\frac{\tau_{*c0}}{\tau_{*0}}} \qquad (8)$$

ただし

$$\alpha_1=-\left\{\frac{5}{1.0+2.5\ln(H/2d)}-\frac{4/3}{(1-\Delta_0)(1-\Delta_0/3)}\cdot\frac{2.5\Delta_0}{8.5+2.5\ln(H/2d)}\right\}$$

$$\alpha_2=-\frac{4/3\times 5}{(1-\Delta_0)(1-\Delta_0/3)}$$

$\Delta_0=7.5/\{8.5+2.5\ln(H/2d)\}$；河床流速度

$$\Phi_1=0.74\frac{\tau_*-\tau_{*c0}}{\tau_{*c0}}\left(\sqrt{\tau_*}-0.67\sqrt{\tau_{*c0}}\right)$$

$$\Phi_2=\frac{1}{0.7}+\frac{1}{0.7}\frac{\tau_{*c0}}{\tau_*-\tau_{*c0}}+0.48\frac{\sqrt{\tau_{*c0}}}{\sqrt{\tau_*}-0.67\sqrt{\tau_{*c0}}}$$

式(1)〜(4)には，8つの未知量があるので，方程式系をとじるため，さらに4本の式が必要である。

第1の関係式は，河床変動力と平均流速の関係を規定する式である。ここでは，波状河床上の流速分布の変形を考慮した椿ら[1]の式に若干の修正を加えて式(5)のように与えた。

第2の関係式は，河床剪断力の作用方向を規定する式である。斜面上の砂粒運動に関する解析で，著者ら[2]が示した関係式より与えられ，式(6)となる。ここでτ_{*c0}は水平床上の限界無次元剪断力である。

第3，4の関係式は，流砂量のx，y方向の配分比から，著者らの砂粒運動に関する解析で与えられ，河床波上の流れ場の非一様性を考慮して，遅れ距離δ（近似的に砂粒の平均移動距離と等しいとする）を導入すると，式(7)，(8)となる。ここでΦ_1，Φ_2は，著者らの求めた流砂量式による。

以上で必要な4本の関係式が得られた。著者ら[3]が以前に行なった解析と比較すると，式(5)で波状河床の流速分布のひづみの効果を表わす第3項(α_2)を加えたこと，および式(7)でx方向の重力効果を表わす第3項(Φ_2)が付け加わったことが大きな相違点である。

3．河床安定解析 河床の局所変位を式(9)のように与える。ただし，k，lは河床変位のx，y方向の波数であり，式(10)のように表わされる。L_x，L_yはx，y方向の波長。lは水路幅Bと横断方向の分割数mを用いて

式(10)の最右項のように書くことができる。

又、$C = C_r + iC_i$ は、無次元複素移動速度である。

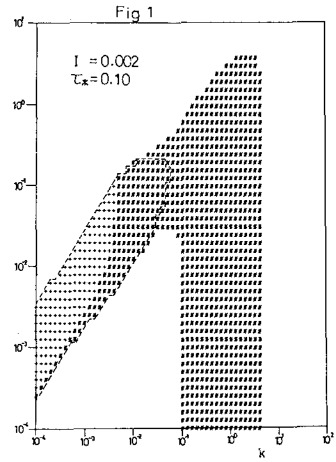
$$\tilde{\eta} = \eta_0 \cos(\ell \tilde{y}) \exp\{ik(\tilde{x} - c\tilde{t})\} \quad (9)$$

$$k = 2\pi H/L_x,\ \ell = 2\pi H/L_y = m\pi H/B \quad (10)$$

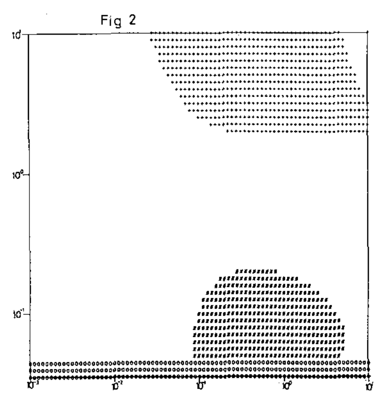
式(9)で $\ell = 0$ とすれば、小規模河床波を取扱う場合の河床変位を表わす式となる。

河床の局所変位に対応する変動量の形を式(10)と同様に与え、基本式に代入し、連立方程式をとくと、無次元複素移動速度Cが求まる。ここでCは、$C = C(I_0, \tau_{*0}, k, \ell)$ と表わせれる。

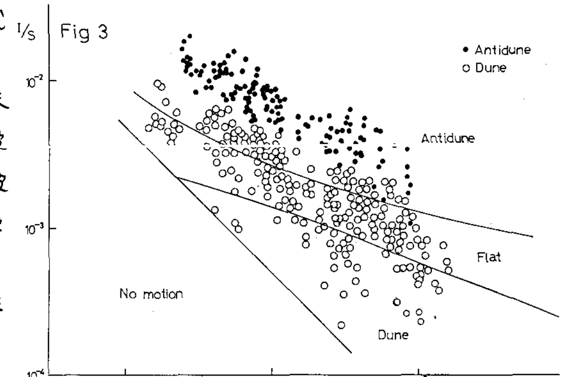
図1に、河床撹乱の不安定($kC_i \geqq 0$)となる範囲を計算した例を示す。図1は、$I = 0.002$, $\tau_* = 0.10$ の計算例で、流れは常流($F_r = 0.684$)である。+の記号は河床撹乱の伝播方向が上流向き、# の記号で示したのは下流向きのものである。点線で囲んだ部分は、同一の水理条件で、α_2, ϕ_2 をともに0とした場合の不安定領域である。中規模河床形態を対象にした著者らの従前の理論では、$\alpha_2, \phi_2 = 0$ であり、今回の解析と比較すると、砂州タイプの河床波の不安定領域はほぼ等しい。又、今回の解析で、図1のkの大きな方の不安定領域は小規模河床波の形成領域に対応すると考えれる。移動方向が下流向きであることから"dune"と考えてよい。このように、横方向にも河床変動がある場合($\ell \neq 0$)にも、小規模河床波に対応させて考えれる領域が求まった。



次に、$\ell = 0$ とした場合の不安定領域の計算例を図2に示す。図2は $I = 0.002$ の場合の計算例である。図中の"0"の記号は、$\tau_* \leqq 0.05$ を示す。τ_* の大きい方にantiduneタイプの不安定領域、τ_* の小さな方にはduneタイプの不安定領域が表われている。著者らの従前の理論($\alpha_2, \phi_2 = 0$)で、$\ell = 0$ とした場合は、duneタイプの不安定領域はあらわれず、antiduneタイプの不安定領域は、存在するが、$k > 10$ でも存在し、図2のように有限とはならない。さらに図2より、Iの値ごとにduneが生ずる最大のτ_*、antiduneが生ずる最小のτ_*を求め、これよりGarde-Raju型の領域区分図を描くと、図3のようになる。図中の点は、これまでに行なわれた水路実験の値をプロットしたものである。理論値と比較するとduneでは、多くの資料が発生限界を超えており、又antiduneでは、一応理論の発生領域内に入っているが、H/dの小さな方では、理論で求めた発生限界線の近くに実験値が存在しない。



本解析では、二次元浅水流モデルを用い、小規模河床波を $\ell = 0$ なる二次元的な河床波として、小規模河床波の形成領域を求め、一応、一つの理論で、中規模河床波と小規模河床波の形成領域を、同時に論じることができた。



〈参考文献〉 1)椿・斉藤：流れによるSand Waveの発生限界、九大工学集報、1967　2)村井・黒木・岸：縦横断勾配を持つ斜面上の砂粒運動、第39回年講概要集、1984　3)黒木・岸：中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究、土木学会論文報告集No.342、1984