

II-231 非線型解析による河床波の卓越波長と平衡波高の推算

農林水産省 正会員 間辺 本太
東京工業大学 正会員 福岡 捷二
埼玉大学 正会員 山坂 昌成

1.はじめに 本研究は、小規模及び中規模河床形態の統一的説明を目的として、著者らによる非線型解析に基づく交互砂州の理論と二次元河床波に適用し、河床波の平衡波高、卓越波長および移動速度を求める。

2. 解析方法 解析の流れを図2に示す。解析は開水路方程式を基礎とした一次元解析である。まず、河床形状を(1)式に示すようない3項の和で代表し、非対称な河床形状をも表現し得るようにした。この河床形状を(2)・(4)式に示す非線型運動方程式と連続方程式に代入し、流速変動 u' と水面変動 η を求める。流れ・せん断力・流砂量間の非線型性は、河床波が平衡状態に到る重要な要因であるため、方程式の解法は擾動法により行なう。すなわち、 $a_1 < 1$ 、 $0(a_2) = o(a_1^2)$ 、 $0(a_3) = o(a_1^3)$ を仮定し、流速変動と水面変動を a_1 で擾動展開して、(5)式に示す第3次近似解を求める。この際、河床波上の流れが、加速・減速を繰り返すことを考慮し、せん断力式として(3)式を用いている。パラメータ α は、波状底面をもつ管路、開水路で測定された底面せん断力分布から1のオーダーとなる。底面せん断力は、(5)式を用いて算定される。次に底面せん断力と河床形状を(6)式に示す著者らの流砂能(平衡流砂量)式に代入し、流砂量分布を得る。(6)式も非線型であるため、 a_1^4 以上のオーダーの項、および(1)式で与えたモード以外のモードが現われると、 a_1^4 以上のオーダーの項は他の項に比べて微小であるうえに、河床形状は(1)式でほぼ表わせることから、これらを省略する。流砂能とは、ある水理条件が無限に広がっていると考えた場合の流砂量であるから、正でなければならない。ところが、河床波が十分に飛躍する、大きさでは流砂能が一部区間で負となる。ここでは、 α の導入により底面せん断力分布が河床形状に対して上流側へ移動する事実を、解析に組み込むことが重要であるため、 $\alpha = 2$ とする。流砂能と(7)式の非平衡流砂量式により流砂量が算定される。さらに、河床変動と流砂量が流砂の連続式を満たす条件から、河床波の飛躍速度および移動速度が求められる。河床波が安定形態を保ちつつ移動する平衡状態は、(10)式に示される条件が満足された時にのみ達成される。(10)式は非線型方程式であるため数値計算により、 a_1 、 a_2 、 a_3 、 α 、 η を求め、安定形状・平衡波高・卓越波長および移動速度を算定する。

3. 結果および考察 河床波の平衡状態の算定は、主として Guy らのデータを用いて行なった。同一の水理条件でも、河床波の波長により異なった平衡波高が得られる。図3は、それの平衡波長に対応する平衡波高の計算の一例を示す。実際に観測される安定な河床波は、このような平衡波

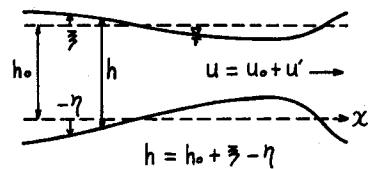


図1 記号の説明

河床形状

$$\frac{y}{h_0} = a_1 \sin((1-\alpha)x) + a_2 \sin 2((X-\theta_1-\theta_2)) + a_3 \sin 3((X-\theta_1-\theta_2))$$

$$Y/x = a_1 \sin((1-\alpha)x) + a_2 \sin 2((X-\theta_1-\theta_2)) + a_3 \sin 3((X-\theta_1-\theta_2))$$

流れの解析

運動方程式 $u \frac{du}{dx} = g_i - g \frac{d}{dx}(h+\eta) - \frac{\tau_x}{\rho_h}$ --- (2)

底面せん断力 $\tau_x = \rho C_d u^2 (1 - \alpha \frac{dh}{dx})$ --- (3)

連続方程式 $u h = u_0 h_0 = \text{const.}$ --- (4)

(流速変動) $u'/h_0 = a_1 u_0 + a_2^2 u_0 + a_3^2 u_0$ --- (5)

(水面変動) $\eta/h_0 = a_2^2 + a_2^3 \theta_2 + a_2^4 \theta_3$ --- (5)

流砂能

$$g_{0ex} = K(\tau_{ex} + \tau'_x)(\tau_{ex} + \tau'_x - \tau_x) \quad \text{--- (6)}$$

τ'_x : 砂粒子に働く重力の相反方向成分に起因する付加的静水圧

流砂量

$$\frac{d\tau_{ex}}{dx} = K_s(g_{0ex} - \tau_{ex}) \quad \text{--- (7)}$$

流砂の連続式

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{1-\alpha} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = 0 \quad \text{--- (8)}$$

飛躍速度・移動速度

$$T = \eta_0 / (1-\alpha) h_0 + \eta$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial T} = f_{n1}(a_1, a_2, \alpha) \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} = g_{n1}(a_1, a_2, \alpha)$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial T^2} = f_{n2}(a_1, a_2, \alpha, \frac{\partial \eta}{\partial T}) \quad \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = g_{n2}(a_1, a_2, \alpha, \frac{\partial \eta}{\partial t})$$

$$\frac{\partial a_3}{\partial T} = f_{n3}(a_1, a_2, a_3, \alpha, \frac{\partial \eta}{\partial T}) \quad \frac{\partial a_3}{\partial t} = g_{n3}(a_1, a_2, a_3, \alpha, \frac{\partial \eta}{\partial t}) \quad \text{--- (9)}$$

平衡状態

$$\frac{\partial \eta}{\partial T} = 0 \quad (\zeta = 1-3), \quad \frac{\partial^2 \eta}{\partial T^2} = 0 \quad (j = 2, 3) \quad \text{--- (10)}$$

$a_1, a_2, a_3, \alpha, \eta \rightarrow$ 安定形状・平衡波高

図2 解析の流れ

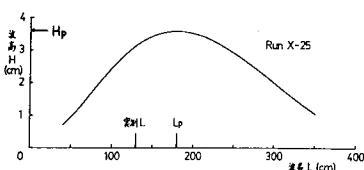


図3 平衡波長と平衡波高の関係

長と平衡波高の組合せのうち、最大波高に対応する河床波であり、これが卓越波長・卓越平衡波高であると考えられる。図4は、理論により得られた卓越波長と実測波長の比較を示す。理論値は、 $K'_0 (= K_0 h_0)$ の値により変化する。ここで、 α は河床形状に対して流砂量分布を上流側に、 K'_0 は下流側に移動させる。従って、 α と K'_0 の相対的な関係は、河床の安定・不安定を規定すると同時に、卓越波長・卓越平衡波高の値を変化させる。本解析により求まる平衡波高は、すべて砂堆の場合であり、卓越波長および卓越平衡波高が得られる K'_0 には上下限が存在する。 K'_0 の値の範囲は、他の非平衡流砂問題で求められた K'_0 の値と比較して妥当なものであると判断される。図4を見ると、理論値は実測値を概略説明しているが、全体的にやや大きくなっている。これは、理論が二次元河床波を対象としているのに對し、実現象は一般に三次元性が強いため波長が短くなるからである。図5は、得られた卓越波長に対応する卓越平衡波高を実測値と比較したものである。理論値は実測値より小さく、そのそれは波高が高くなる程大きい。図6は、理論的に算定された、平衡状態における河床形状と流砂量分布の一例である。両者の位相は一致し、相似形になっている。安定形状に達した河床波では、流砂の連続式より $g_B = (1-\lambda) C \eta + \text{const.}$ (11) の関係が成立する。このことより、図6で示された河床波は安定形状となることがわかる。ここで、河床形状 ζ が波打っているのは、非対称な河床形状を計算の便宜上、フーリエ級数の最初の3項で表現していることが原因となっている。この波打ちが、(3)式で $\frac{d\eta}{dx} = \frac{d(\zeta - \eta)}{dx}$ を求め際に、河床波の波高の増大に伴い助長されるため、図のような河床形状となる。項数を多くすれば、この問題は緩和されるが、計算は著しく複雑となり、得られる解もほどんど差異がないと思われる。最後に、平衡状態に到達した河床波の非線型解析による移動速度 C 、微小振幅状態の河床波について、従来から行なわれている線型解析による移動速度の比較を行なう。移動速度は、流砂量と波高の関数であるので、まず、(2)式の流砂量の定数 K を決定する。線型解析は、河床変動が微小である時を対象としているので、 K は平坦河床形成時の実測の平均流砂量から算定し、 $K = 7$ を得た。一方、非線型解析は、平衡状態の河床波を対象としているので、十分発達した砂堆上を流送される平均流砂量から算定し、 $K = 2$ を得た。これらの値を用い、河床波の移動速度を算定し、実測値と比較したもののが図7である。図から、非線型解析により求めた移動速度は、線型解析により求めた移動速度の $\frac{1}{2}$ から $\frac{1}{4}$ の大きさとなり、実測の移動速度をよく説明している。

参考文献

- 1) 山坂・福岡：第38回年講，1983 2) 椿・斎藤：九大工学集報，1967
- 3) 中川・辻本：土木学会論文報告集第291号，1979 4) Zilker・Cook・Hanratty：JFM, vol.82, part 1, 1977
- 5) Hsu・Kennedy：JFM, vol.47, part 3, 1971 6) Yuen・Kennedy：IIHR Report, No.121, 1971 7) 福岡・山坂：第27回水講，1983
- 8) Guy・Simons・Richardson：USGS Professional Paper 462-I, 1966 9) 福岡・山坂・安陪：第28回水講，1984

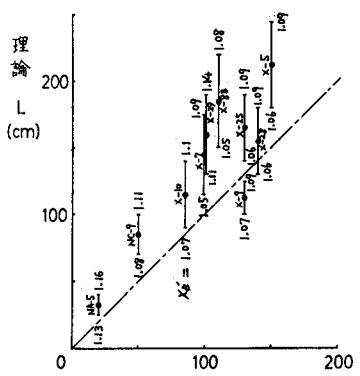


図4 卓越波長と実測波長の比較

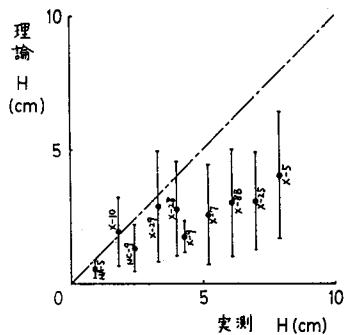


図5 卓越平衡波高と実測波高の比較

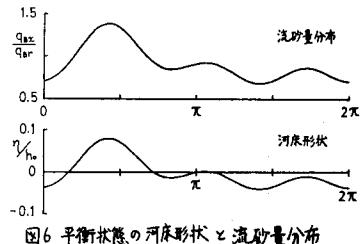


図6 平衡状態の河床形状と流砂量分布

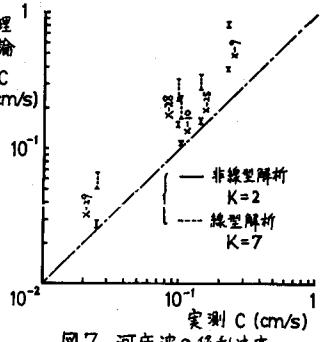


図7 河床波の移動速度