

京都大学大学院 学生員 藤田 正治
 京都大学防災研究所 正員 芦田 和男
 京都大学大学院 学生員 向井 健

1. まえがき 浮遊砂の濃度分布や河床形態に及ぼす浮遊砂の影響などの問題に対して、粒子の浮遊運動特性を明らかにする必要がある。著者らは、この点に鑑み、粒子の浮遊機構を明らかにしてきたが、本研究では、その成果より、粒子の浮遊運動をモデル化し、浮遊砂の飛行高さや飛行距離の確率分布などについて検討する。

2. 粒子の浮遊運動のモデルと定式化 著者らの研究¹⁾に従って、粒子の浮遊運動を次のようにモデル化する。(図-1参照) (i) 揚圧力 F_{Lo} によって河床を離脱した粒子は、 F_{Lo} の発生に伴う鉛直方向の乱れ速度 w_f による流体力 F_D の作用を t_e 時間受けて浮上する。(step 1) (ii) その後、乱れの平均継続時間 t_{em} ごとに、 w_f が生起確率に応じて作用し、それによる F_D の影響で上昇、下降する。(step 2, 3, ...) 以下では、step 1 を離脱過程、step 2 以降を浮遊過程と称する。

浮遊粒子の鉛直方向の運動方程式は、粒子が河床を離脱した後、揚圧力 F_{Lo} が無視できるとすると(1)式の様であり、式中の $\hat{F}_D$ は抵抗則としてRubeyの式を用いると(2)式の様である。本研究では、この式を用いて粒子の運動を解析する。

$$\frac{d\hat{w}_p}{dt} = \frac{6}{\pi} \frac{1}{S+3/2} \hat{F}_D - \frac{S}{S+3/2} \dots (1) \quad \hat{F}_D = \frac{\pi}{8} (2 + \frac{24\hat{w}}{|\hat{w}_f - \hat{w}_p|}) |\hat{w}_f - \hat{w}_p| (\hat{w}_f - \hat{w}_p) \dots (2) \quad \text{ここに、} \hat{w}_p = w_p/\sqrt{g d}, \hat{w}_f = w_f/\sqrt{g d}$$

$\hat{t} = t/\sqrt{g d}$, $\hat{z} = z/\sqrt{g d}$, $S = \rho/\rho_s - 1$, $\hat{F}_D = F_D/\rho_s g d^2$ で、 w_p, w_f : 粒子および流体の鉛直方向の速度、 d : 粒径、 ν : 動粘性係数、 ρ, ρ_s : 粒子および流体の密度である。各ステップにおける(1)式の初期条件、 w_f およびその作用時間は次のように与える。
 《離脱過程》 初期条件は文献(2)より(2)式の様である。

$$\hat{t} = 0; \hat{w}_p = \sqrt{\frac{6}{\pi} \frac{1}{S+1} (F_{Lo} - \frac{\pi}{8} S)}, \hat{z}_p = 0.5 \dots (3) \quad \text{ここに、} \hat{z}_p = z_p/d, \hat{F}_{Lo} = F_{Lo}/\rho_s g d^2$$

$1/\rho_s g d^2$ で、 $\hat{z}_p$: 粒子の鉛直方向の位置である。次に、 $\hat{w}_f$ は $\hat{F}_{Lo}$ と相互に関連があり、生起確率の等しいものに対応するとし、 $\hat{w}_f, \hat{F}_{Lo}$ を平均0、標準偏差 $\hat{u}_k, C \hat{k}^2 \hat{u}_k^2$ の正規分布とすれば²⁾ (4)式のようになる。

$$\hat{w}_f = \hat{F}_{Lo} / C \hat{k}^2 \hat{u}_k \dots (4) \quad \text{ここに、} \hat{u}_k = u_k/\sqrt{g d} \text{ で、} u_k: \text{摩擦速度、} C: \text{比例定数}$$

遮蔽係数である。また、 $\hat{w}_f$ の作用時間 $\hat{t}_e$ は、粒子の初速 $\hat{w}_{p0}$ が0のとき0で、 $\hat{w}_{p0}$ が大きくなると $\hat{w}_f$ の継続時間 $\hat{t}_{e1}$ に近づくものと考えられる。図-2は、実験により得られた w_f と $\hat{t}_{e1}$ の関係を無次元の形で示したものである。(U: 平均流速、h: 水深) これより、 $\hat{t}_e$ と $\hat{w}_f$ の関係を(5)式のように表わす。

$$\frac{\hat{w}_f}{\hat{u}_k} = 0.82 \frac{\hat{t}_e U}{h} + \frac{\hat{w}_{f0}}{\hat{u}_k} \dots (5) \quad \text{ここに、} \hat{w}_{f0} = w_{f0}/\sqrt{g d} \text{ で、} w_{f0}: \hat{w}_{p0} = 0 \text{ のときの} \hat{F}_{Lo} \text{ に対応する} w_f \text{ である。}$$

《浮遊過程》 各ステップの初期条件は、 $\hat{z}_p$ については前ステップ終了時の確率分布を、また $\hat{w}_p$ については前ステップ終了時の平均値を用いることにする。 $\hat{w}_f$ や $\hat{t}_{em}$ については前述の通りである。

以上より、 $\hat{F}_{Lo}$ と $\hat{w}_f$ の確率分布を正規分布とすれば、粒子の運動が(1)式を使って、次章に示すように確率的に解析できる。

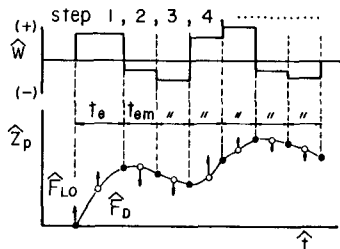


図-1 粒子の浮遊モデル

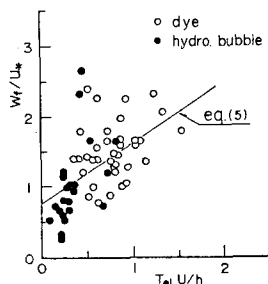


図-2 w_f と $\hat{t}_{e1}$ の関係

3. 粒子の浮遊運動の確率的解析

まず、1 stepで $\hat{z}_1$ に浮上するような場合に対して、時刻 $\hat{t}$ における粒子の存在高さ $\hat{z}_p$ の確率分布 $R(\hat{z}_p, \hat{t} | \hat{z}_1)$ を求める。(図-3参照) 今、i step 終了時に $\hat{z}_p = \hat{z}_{pi}$, $\hat{w}_p = \hat{w}_{pi}$ である粒子が、 i 時間後に存在する高さの確率分布を $h(\hat{z}_p | \hat{z}_{pi}, \hat{w}_{pi}, \Delta \hat{t})$, i step 終了時の粒子の存在高さの確率分布を $g_i(\hat{z}_{pi} | \hat{z}_1)$ とする。また、時刻 $\hat{t}$ が n stepに含まれ、 $\Delta \hat{t}$ を時刻 $\hat{t}$ と $n-1$ stepの終了時刻との差とすると、 $R(\hat{z}_p, \hat{t} | \hat{z}_1)$ は次式で表わされる。

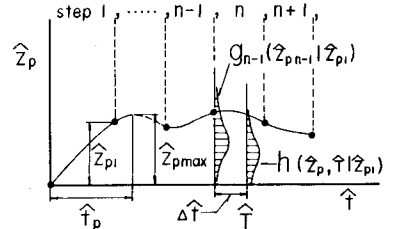


図-3 記号説明図

$$R(\hat{z}_p, \hat{t} | \hat{z}_1) = \int_0^{\hat{z}_p} g_{n-1}(\hat{z}_{p,n-1} | \hat{z}_1) \cdot h(\hat{z}_p | \hat{z}_{p,n-1}, \hat{w}_{p,n-1}, \Delta \hat{t}) d\hat{z}_{p,n-1} \quad (n > 1 \text{ のとき})$$

$$R(\hat{z}_p, \hat{t} | \hat{z}_1) = h(\hat{z}_p | \hat{z}_1, \hat{w}_1, \Delta \hat{t}) \quad (n = 1 \text{ のとき})$$

$$\left. \begin{aligned} & \Delta \hat{t} = \hat{t} - \hat{t}_e - (n-2)\hat{t}_{em} \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

次に、時刻 $\hat{t}$ に粒子が存在する高さの確率分布 $f(\hat{z}_p, \hat{t})$ は、 $\hat{z}_1$ の確率分布を $z(\hat{z}_1)$ と置くとき次のようになる。

$$f(\hat{z}_p, \hat{t}) = \int_0^{\hat{z}_p} R(\hat{z}_p, \hat{t} | \hat{z}_1) z(\hat{z}_1) d\hat{z}_1 \quad \dots (7)$$

2章の解析方法より、 z , h , g_1 , g_2 , ... を求めると、(6), (7) 式より $f(\hat{z}_p, \hat{t})$ が数値計算でき、これより飛行時間 $\hat{t}_s$ の確率分布 $P(\hat{t}_s)$ も明らかになる。

4. 理論値と実験値の比較

以上の理論の妥当性を検証するために、粒径1.42 mm, 比重1.05のポリスチレン粒子の浮遊軌跡をビデオ解析した。図-4, 5は、図-3に示すような離脱直後の最大浮上高さ $\hat{z}_{pmax}$ およびそれに至る時間 $\hat{t}_p$ の実験値と離脱過程終了後 $w=0$ と置いて、 $\hat{z}_{pmax}$, $\hat{t}_p$ を計算した理論値と比較したものである。これらの図より、理論値は実験値の傾向を大体表わしていることがわかる。ついで、図-6は前述の実験条件に対して $f(\hat{z}_p, \hat{t})$ を計算したもので(図-2より $\hat{t}_{em}/h=0.5$ とした)。 z の分布も同図に示す。また、粒子の流下方向の移動速度を、粒子の平均存在高さにおける平均流速とすると、 $\hat{t}_s$ の分布から飛行距離 $\hat{x}_{PL}$ の分布が得られ、これを超過確率で表示したものが図-7である。図中には実験値($\hat{x}_{PL}=50$ のときは、撮影区間長の関係上、超過確率の上限と下限が得られている。)も示している。この図より、 $\hat{x}_{PL}$ についても理論値は実験値とほぼ適合しており、本理論が離脱過程や浮遊過程に十分適用できるものと考えられる。しかし、図-6に示したような鉛直方向への分散過程の妥当性については、さらに検討する必要がある。

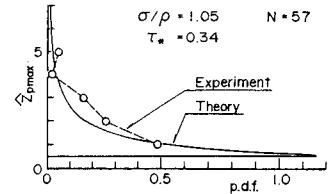


図-4 $\hat{z}_{pmax}$ の確率分布

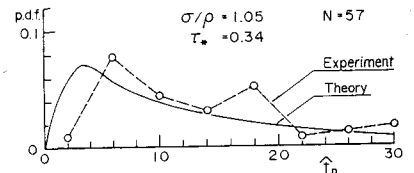


図-5 $\hat{t}_p$ の確率分布

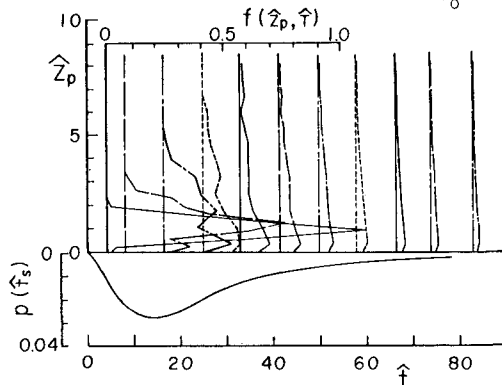


図-6 $f(\hat{z}_p, \hat{t})$ の計算例

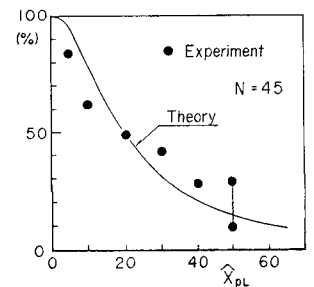


図-7 $\hat{x}_{PL}$ の超過確率

5. あとがき

今後、本モデルを濃度分布やそれが平衡になるのに要する距離などについての解析に応用していきたい。また、本研究では、一様乱流場を仮定したが、乱れ強度の鉛直方向の分布など、非一様性を考慮した解析方法についても検討したい。

<参考文献> 1) 芦田ら; 第2回水構, pp659~664, 2) 芦田ら; 京大防災研年報, pp363~377, B558, 3) 芦田ら; 昭59年度関西支部年報 (投稿中)