

1. はじめに

河川の流送土砂は河床構成材料と Wash Load とに分類される。これら流送土砂の本質的な相違は、土砂粒径の大小および流水中での土砂の飽和充足度によるのではなく、流水の土砂輸送能力の差違によると考えるのが自然であろう。

さて、土砂の浮遊状態は多数の要因によって複雑に変化するので、流水による土砂輸送能力を定量的に評価する一法として、次元解析を用いることとした。

2. 次元解析

浮遊土砂と流水との関係は、現象に関与する要因を通じて、式(1)の間数関係として記述される。

$$F_1(\rho_s, C, U, w_0, u_{*}, g, h, d, \rho, \mu) = 0 \quad (1)$$

ここに、 g_s は単位時間単位水路幅当たりの浮遊土砂乾燥重量、 C は断面平均浮遊土砂重量濃度 (PPm)、 U は断面平均流速、 w_0 は沈降速度、 u_{*} は摩擦速度、 g は重力の加速度、 h は水深、 d は粒径、 ρ_s, ρ はそれぞれ土砂および水の密度、 μ は粘性係数である。

式(1)は、次元解析より

$$F_2\left(\frac{g_s}{\rho_s g} \sqrt{\frac{\rho}{(\rho_s - \rho) g d^3}}, \frac{u_{*}^2}{(\rho_s / \rho - 1) g d}, \frac{U}{u_{*}}, \frac{d}{h}, \frac{(\rho_s - \rho) g w_0 C h}{\tau_0 U \rho_s g}, \frac{\rho_s - \rho}{\rho}, \frac{w_0}{u_{*}}, \frac{w_0 d}{\nu}\right) = 0 \quad (2)$$

と書きあらためられる。上式の第1項を Ξ_0 、第2項を τ_{*} および第5項を η と記し、土砂の比重を一定と考えるならば、式(2)は

$$F_3(\Xi_0, \tau_{*}, \eta, U/u_{*}, d/h, w_0/u_{*}, w_0 d/\nu) = 0 \quad (3)$$

と表される。なお、式(3)のそれぞれの変数間には、抗力係数 $C_D = f_n(w_0 d/\nu)$ を用いて、

$$(i) \quad w_0/u_{*} = (3 C_D \cdot \tau_{*}/4)^{-0.5} \quad (4)$$

さらに、浮遊土砂量を $g_s = C U h$ と置き

$$(ii) \quad \Xi_0 = \eta \frac{U}{u_{*}} \frac{U}{w_0} \frac{1}{\tau_{*}} \quad (5)$$

の2つの関係式が成り立つ。この2つの関係式によって、式(3)からさらに変数を2個消去することができる。

3. 無次元量 η の物理的意味

式(2)の第5項 η を

$$\eta = \frac{(\rho_s - \rho) g w_0 C h}{\tau_0 U \rho_s g} = \frac{(\rho_s - \rho) g w_0 C / \rho_s g}{\tau_0 U / h}$$

と書き直すと、分子は単位時間単位体積当たりの浮遊粒子を流水中に維持するためのエネルギー、あるいは換言して浮力による乱れのエネルギーの吸収減衰率 τ_0 、分母は U/h と du/dy の相似を考えると、平均流から発生する機械的な乱れエネルギー生産項を表している。すなわち、この η は成層流体の安定性の指標である flux Richardson 数を平均的に表すものと考えられる。

岸らの Reference flux Richardson 数 R_{fR} を、この無次元量 η で表すと

$$R_{fR} = \eta \frac{U}{u_{*}} K (1 + \alpha_1 \eta \frac{U}{u_{*}} K)^{-1}$$

である。ここに K はカルマン定数であり、 α_1 は Monin-Obukhov 係数であり、 $\alpha_1 = 7.0$ を与えている。

彼らは、路床粗度 $k_s = 0.33 \text{ cm}$ の粗面床で浮遊砂実験を行い、粒径が 0.1 mm から 0.2 mm 程度の砂粒子が路床に堆積しない場合の限界 flux Richardson 数 R_{fc} として、 $R_{fc} = 0.2$ (この値は、 $U/u_{*} = 20$ の場合、 $\eta = 2.9 \times 10^{-3}$ に相当する。)を得ており、この R_{fc} より大きい値のときに砂粒子が堆積するとしている。すなわち、 η の値がある値以上になると、浮遊土砂は河床へ堆積し始めるものと推察され、この意味で、 η は土砂の浮遊しやすさを表す指標と考えられる。

4. 土砂輸送能力の定式化

無次元量 η は土砂の浮遊しやすさを表現する指標と考えた。今後は、この η を土砂輸送能力と呼び、実験データより η の定式化を試みる。

式(4)および(5)を式(3)に代入し、 η の式

$$\eta = F_4(\tau_{*}, U/u_{*}, d/h, w_0 d/\nu) \quad (6)$$

を得る。上式の多数の変数のうち、掃流力 τ_{*} の増加に伴って土砂移動が開始し、浮遊状態となるので、 τ_{*} が η に最も有意な働きをする変数であろう。そこで、抵抗 U/u_{*} 、相対水深 d/h およびレイノルズ数 $w_0 d/\nu$ を2次的

要因と考え、式(6)を

$$\eta = F_s (U/u_*, d/\lambda, w_0 d/\nu) \cdot \tau_*^p \quad (7)$$

と表す。

図-1は、多数の研究者の実験データによる η と τ_* である。同図中には、河床形状によりLower regimeとUpper regimeとが区別してある。同図より、式(7)の関数 F_s の相互関係が不明のため、さらに河床形状が遷移領域と平坦領域とにわたっていると考えられるデータも含まれているため、データも多少ちらばっているが、まずは第1近似として関数 F_s の効果を定数にとり込

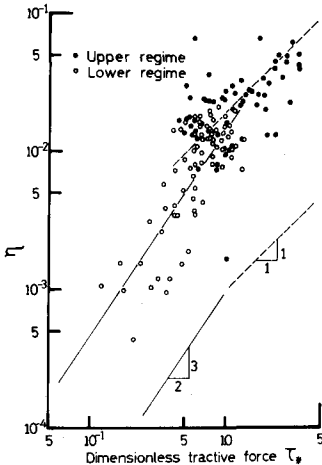


図-1 η と τ_* の関係

$$\eta = \alpha \tau_*^p \quad (8)$$

の型式を期待した。

図-1より、 η と τ_* との関係は各領域で異なっており、式(8)の型式で

$$\left. \begin{aligned} \text{Upper regime } \eta_u &= 2.0 \times 10^{-2} \tau_* \\ \text{Lower regime } \eta_L &= 1.5 \times 10^{-2} \tau_*^{1.5} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

を得る。

上式(9)を式(5)に代入すると、浮遊砂量式は

$$\left. \begin{aligned} \text{Upper } \Phi_{s,u} &= 2.0 \times 10^{-2} \left(\frac{U}{u_*} \right)^2 \frac{u_*}{w_0} \tau_*^{2.5} \\ \text{Lower } \Phi_{s,L} &= 1.5 \times 10^{-2} \left(\frac{U}{u_*} \right)^2 \frac{u_*}{w_0} \tau_*^{3.0} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

と表される。図-2は、図-1と同じデータでの

$\Phi_s / (U/u_*)^2 (u_*/w_0)$ と τ_* である。同図より、実験データの傾向を良く式(10)は表している。

5. η の有用性の検討

以下に η の有用性を従来の浮遊砂量式から検討する。

(i) Graf-Acaroglu式、彼らは、径深 R と平均体積濃度 $\bar{C}_v$ で $\Phi_s = f(\tau_*)$ の型式を期待し、開水路実験、実河川データおよび管路のデータを用い

$$\Phi_{s-A} = 10.39 \tau_*^{2.52}$$

を提案している。彼らと型式が同じ式にGardenの式

$\Phi_s = 16.0 \tau_*^{4.5}$ がある。両式での τ_* の指数部の値が大きく異なっていることを勘案すると、 $\Phi_s = f(\tau_*)$ の単一な型式を期待するのは困難なようである。

(ii) Engelund-Hansen式、彼らは河床の抵抗を考慮し、

$$2 (U/u_*)^2 \Phi_{E-H} = 0.1 \tau_*^{2.5}$$

を提案しており、 $U/u_* = 14.4$ の場合、Grafらと同一の式となる。上式はGuyらのデータと比較的良好な一致を示しているが、 $\tau_* = 0.8$ 附近で $2 (U/u_*)^2 \Phi_{E-H}$ の値が2倍程度ちらばっている。RajuらはEngelundらの式を検討し、Lower regimeでは

$$2 (U/u_*)^2 \Phi_{E-H} = 0.25 \tau_*^{2.5}$$

の方が適切であると述べている。

最後にBagnoldの式に現れている定数0.01を検討する。Bagnoldは、流水による輸送砂量を、流水が保持しているエネルギーの観点から考察し、

$$\frac{\rho_s U}{\rho_t u_*} = \frac{U}{u_*} \left(\frac{e_0}{\tan \phi_0} + 0.01 \frac{U}{w_0} \right)$$

を提案した。ここに ρ_s は単位時間単位水路幅当たりの輸送砂の水中重量であり、右辺第1項は掃流砂量第2項は浮遊砂量である。流れが強くなると、輸送砂量のうち浮遊砂量が支配的となる。そこで、 ρ_s を乾燥重量 ρ_s で書き直し Φ_s で表すと、Bagnold式は

$$\Phi_{s,b} = 0.01 \frac{U}{u_*} \frac{U}{w_0} \tau_*^{3/2}$$

と整理され、式(5)との対応より、 $\eta = 0.01$ である。

図-1の結果より、Bagnoldは掃流 τ_* が0.5から1.0程度での流砂量を対象としたことに相当する。

6. おわりに

次元解析により、浮遊土砂輸送能力の示標の関数関係を求め、実験データよりこの示標を定式化し、この定式を用いて導いた浮遊砂量式を従来提案されている式と比較検討し、この示標の有用性を検討した。

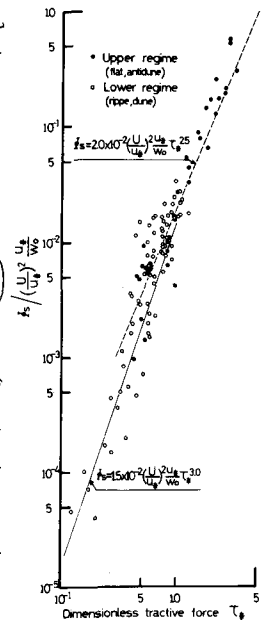


図-2 浮遊砂量と τ_*