

北大工 学生員 村井 徳美
北大工 正 員 黒木 幹男
北大工 正 員 岸 力

1. はじめに

沖積河道では河床面に種々のタイプの河床波が形成される。河床波が形成されると河床の局所的勾配は平均河床勾配のまわりに縦・横断方向に変化する。この様な局所勾配の変化は直接流砂の挙動を規定することになり移動床の問題では両者の関係を明らかにすることが必要である。この種の解析はこれまでにも数多く報告されているが、著者の以前の解析も含めて、主流方向の勾配変化まで取り入れた解析は少ない様である。ここでは縦・横断方向に勾配を持つ斜面上での砂粒運動を解析し、流れの方向・砂粒の運動方向・河床剪断力の作用方向との間の関係および流砂量について考察した結果を報告する。

2. 斜面上の限界掃流力

図-1に示す様な縦・横断勾配を持つ斜面を考える。斜面上で限界状態にある砂粒に働く力の均合を考え、次式を得る。

$$D_c \cos \theta_{dc} + W \sin \theta_x = \mu_c W \cos \theta_p \cos \theta_{gc} \quad (1)$$

$$D_c \sin \theta_{dc} + W \sin \theta_y = \mu_c W \cos \theta_p \sin \theta_{gc} \quad (2)$$

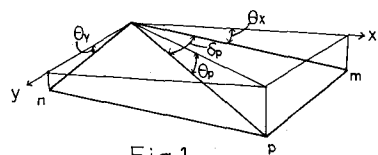


Fig 1

ここに、 D_c は限界状態での抗力、 W は砂粒の水中重量、 θ_{dc} 、 θ_{gc} は抗力およびマサツカが m 軸となす角、 θ_p は斜面の最大傾斜方向、 μ_c は静止マサツク係数である。上の立式にあたって揚力は無視している。流れの方向 θ_u は予め与えられているものとする。限界状態では $\theta_{dc} = \theta_u$ であることに注意して、 $\sin \theta_x$ 、 $\sin \theta_y$ の2乗以上の項を無視すると、式(1)(2)から次式を得る

$$D_c \approx k \mu_c W, \quad k = 1 - \frac{1}{\mu_c} (\cos \theta_u \sin \theta_x + \sin \theta_u \sin \theta_y) \quad (3)$$

従って、斜面上の限界掃流力は、 $\tau_c = k \tau_{co}$ ……(3)と表わされる。ただし τ_{co} は水平床での限界掃流力。

3. 斜面上の砂粒運動

斜面上を定常運動する砂粒に働く力の均合は、式(1)(2)で添字 c を除いた形で与えられる。ただし、運動中の砂粒 T は $\theta_u \neq \theta_u$ である。いま、河床近くの流速を U 、砂粒の移動速度を V 、両者の相対速度を U_d とすると、式(4)(5)の関係がある。また抗力 D は相対速度 U_d を用いて式(6)のように表わせる。また抗力係数 $C_D(R_d)$ は球の抗力係数を式(8)の様に近似して用いる。

$$U_d \cos \theta_d = U \cos \theta_u - V \cos \theta_s \quad (4)$$

$$U_d \sin \theta_d = U \sin \theta_u - V \sin \theta_s \quad (5)$$

$$D = \frac{\rho}{2} \frac{\pi}{4} d^2 C_D(R_d) U_d^2 \quad (6)$$

$$R_d = U_d d / \nu \quad (7)$$

$$C_D(R_d) = \frac{24}{R_d} + 0.4 \quad (8)$$

これらの基本式を $\sin \theta_x$ 、 $\sin \theta_y$ の2乗以上のオーダーを無視して変形すると、抗力の作用方向 θ_d および砂粒の移動方向 θ_s は次式のように与えられる。

$$\theta = \theta_u + \frac{1}{\mu} \left\{ 1 - \alpha_2 \frac{U_{co}}{U} \right\} (\sin \theta_u \sin \theta_x - \cos \theta_u \sin \theta_y) \quad (9)$$

$$\theta_s = \theta_u - \frac{\alpha_2}{\mu} \frac{U_{co}}{U} (\sin \theta_u \sin \theta_x - \cos \theta_u \sin \theta_y) \quad (10)$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{\alpha_8} \left\{ \sqrt{\left(\frac{24}{R_{co}} \right)^2 + 0.8 \alpha_8 \mu} - \frac{24}{R_{co}} \right\}$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{\mu} C_D(R_{co}), \quad R_{co} = U_{co} d / \nu$$

また、砂粒の移動速度 U は同様な近似のもとで次式で与えられる。

$$U = U - U_{co} \{ \alpha_2 - \alpha_3 (\cos \theta_u \sin \theta_x + \sin \theta_u \sin \theta_y) \} \quad \alpha_3 = \frac{\alpha_1}{\sqrt{\left(\frac{2g}{R_{co}}\right)^2 + 0.8 \alpha_1 \mu}} \quad (11)$$

4. 斜面上の流動量

斜面上での流動量を求めるため、斜面上の単位面積当りの力の釣り合いを考える。河床に働く剪断力は一部が砂粒運動を維持するのに消費され、残りが skim friction として静止砂粒とバウンスしていると考えられる。しかも、静止砂粒はいつでも運動中の砂粒と交代し得る状態、換言すれば移動限界状態にあると考えられる。したがって、単位河床表面積当りの力の釣り合い式は、右の様に表わせる。ただし、 n は単位河床表面積当りの移動砂粒の数、 θ_c は河床剪断力の作用方向である。 $\sin \theta_x \cdot \sin \theta_y$ のオーダーの近似の範囲では、 n および θ_c は次式の様に与えられる。

$$\tau_b \cos \theta_c = \tau_c \cos \theta_u + n D (R_d) \cos \theta_d \quad (12)$$

$$\tau_b \sin \theta_c = \tau_c \sin \theta_u + n D (R_d) \sin \theta_d \quad (13)$$

$$n = \frac{1}{\alpha_4} \frac{\tau_b - \tau_{co}}{\tau_{co}} \left\{ 1 + (\alpha_5 + \frac{1}{\mu_c} \frac{\tau_{co}}{\tau_b - \tau_{co}}) (\cos \theta_u \sin \theta_x + \sin \theta_u \sin \theta_y) \right\} \quad (14) \quad \alpha_4 = \frac{\pi d^3}{8} e_c^3 \alpha_3^3 C_b (\alpha_2 R_{co})$$

$$\theta_c = \theta_u + \frac{\tau_b - \tau_{co}}{\mu_c \tau_b} (1 - \alpha_1 \frac{U_{co}}{U}) (\sin \theta_u \sin \theta_x - \cos \theta_u \sin \theta_y) \quad (15) \quad \alpha_5 = \frac{\alpha_2}{\alpha_3} \left\{ 2 - \frac{C_b (\alpha_2 R_{co}) - \alpha_4}{C_b (U_{co} R_{co})} \right\}$$

流動量は、 $q_b = \frac{\pi}{4} d^2 n U$ で与えられるから、式(11)、(14)を代入して整理すれば、次式の様に与えられる。

$$\frac{q_b}{\sqrt{sgd^3}} = \Phi_1 \{ 1 + \Phi_2 (\cos \theta_u \sin \theta_x + \sin \theta_u \sin \theta_y) \} \quad (16)$$

ただし、 $U = e U_{*c}$, $U_{co} = e_c U_{*co}$ と表わした。

$$\Phi_1 = \alpha_6 \frac{\tau_b - \tau_{co}}{\tau_{co}} \left\{ \sqrt{\tau_b} - \alpha_2 \frac{e_c}{e} \sqrt{\tau_{co}} \right\}$$

$$\Phi_2 = \alpha_5 + \frac{1}{\mu_c} \frac{\tau_{co}}{\tau_b - \tau_{co}} + \frac{e_c}{e} \frac{\alpha_3 \sqrt{\tau_{co}}}{\sqrt{\tau_b} - \frac{e_c}{e} \alpha_3 \sqrt{\tau_{co}}}$$

$$\alpha_6 = \frac{4}{3} \frac{e}{e_c^3 \alpha_3^3 C_b (\alpha_2 R_{co})}$$

5. 解析結果の検討

解析結果を直接検証出来る様な資料は現状では限られている。ここでは、砂粒の移動速度 U および流動量式について検討を行なった。Legue & Beek²⁾は $\theta_y = 0$ (したがって $\theta_u = 0$) なる二次元床路で勾配を変えて ($0 \sim 22^\circ$) U を求め、式(17)の様に与えている。彼等の実験では $R_{co} \approx 10^2 \sim 10^3$ であることから、 $C_b(R_{co}) \approx 0.4$ と近似すると、式(3)の関係を用いると、式(11)は式(18)の様に書き替えられる。いま、静止砂粒では河床から重心まで $z = d/2$ 、移動砂粒では、 $z = 2d \sim 10d$ とすれば、対数則より $e_{co} = 6.7$, $e = 10 \sim 14$ となり式(17)と式(18)はほぼ一致する。

$$U = 9.2 (U_* - 0.7 U_{*c}) \quad (17)$$

$$U = e (U_* - \frac{e_c}{e} U_{*c}) \quad (18)$$

流動量式を上と同様な近似を用いて書き変えたと

$$\frac{q_b}{\sqrt{sgd^3}} = 0.9 \frac{\tau_b - \tau_{co}}{\tau_{co}} (\sqrt{\tau_b} - 0.6 \sqrt{\tau_{co}}) \quad (19)$$

ただし、 τ_{co} は斜面上の無次元限界掃流力。式(19)を Meyer-Peter-Müller の式、および 芦田・道上の式と比較すると図-2の様になり、大差のない結果を与えている。

<参考文献> 1) 黒木・岸：中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究。土木学会論文報告集 No 342, 1984 2) Legue

& Beek: Erosion and transport of bed sediment, J. Hyd. Res vol 14, No 2, 1976

