

防災研究協会 正会員 山野 邦明, 立命館大学理工学部 正会員 大同 淳之
 京都大学大学院 学生員 西木 直史, 立命館大学大学院 学生員 三輪 浩

1. はじめに 弯曲部を通過する土石流の横断方向の表面形状に関する研究は、フルード数が大きい場合について、芦田・高橋・新井¹⁾によって行なわれている。彼らは、弯曲部における土石流の横断方向の表面形が、自由渦の条件を用いて得たLenau²⁾による結果と良く一致することを明らかにした。たしかに、フルード数が大きいところでは流れのもつ慣性力が大きいため、横断方向の散逸応力の違いや、横断方向の流速分布による散逸応力等が無視し得ると思われるが、フルード数が小さくなると必ずしも無視できないと予想される。そこで、フルード数も1前後、及び、それより小さくなるような条件で実験を行ない、慣性力に加え、摩擦散逸力を考えた理論的考察との比較を行なう。

2. 実験及び実験結果 実験水路は図1に示すように、長さ8mの直線水路に、水路中央での半径が0.8mであるような、180°の弯曲水路を接続して行なった。水路幅は20cm、この配りでは水路中央に沿って22°である。弯曲部水路の横断面形状は矩形で、路床は半径方向に水平、側壁は重力方向に平行な直線である。従って、弯曲部においては水路の内側に沿うよう配り、外側に沿うよう配り異なっている。土石流は、直径5mmの砂を15cmの厚さに敷き詰め、浸透流により飽和させた後、上流端より1〜3%で急激に給水して発生させた。路床条件としては、移動床、固定床で実験を行なった。

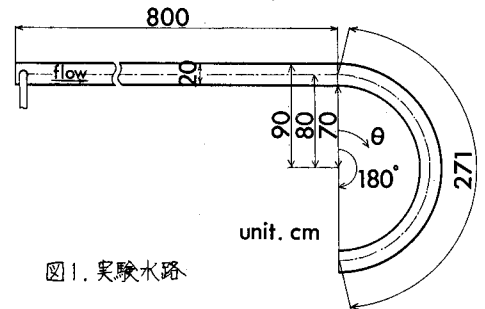


図1. 実験水路

その結果、弯曲部内外壁において重力軸方向に測った流動層厚差 Δh が、実験条件にかかわらず、 $\theta = 30^\circ$ 付近でわずかにピークをもち、 $\theta = 90^\circ \sim 120^\circ$ ではほぼ一定の値をとることが認められた。そこで、 $\theta = 30^\circ, 110^\circ$ の $\Delta h/h$ とフルード数 Fr , $Fr = v_c^2 / \sqrt{gR}$, v_c : 弯曲部水路中心曲率半径, v_c : 弯曲部水路中心角速度, h : 弯曲部入口の流動層厚……(1), の関係を求めると、図2のように示され、 $Fr < 1$ の領域で、慣性力のみを考慮自由渦の条件を用いて得たLenauの理論線と一致しなくなることがわかる。このことは、 $Fr < 1$ である場合、土石流の慣性力に比し摩擦散逸力が無視できないことを意味すると考えられる。そこで、摩擦散逸力を考慮した解析を試みる。

3. 金谷³⁾の構成方程式の円筒座標系への適用 土石流の粒子濃度が一定であれば、エネルギー散逸はマクロ的にはせん断散逸としてしか評価できない⁴⁾が、このせん断散逸は体積散逸も含んでいるため、せん断散逸のミクロな要因である粒子間の接触摩擦は全立体角に分布していると考えた方がよい。すなわち、粒子間の反発係数 $e=1$, 摩擦係数 $\mu > 0$, 衝突点が全立体角に分布していることが構成方程式の条件となる。このような仮定をもとに求められた構成方程式に、金谷の方程式がある。従って、ここでは金谷の構成方程式を用いることにするが、上の考察から、 Te, μ は本来の意味を失い、みかけの係数となることに注意する必要がある。

$$\text{構成方程式 } \sigma_{ij}^c = -\delta_{ij}p + \frac{3}{10}C(p)\hat{\omega}E_{ij}^c + \frac{1}{2}C(p)\hat{\omega}R_{ij}^c \dots (2)$$

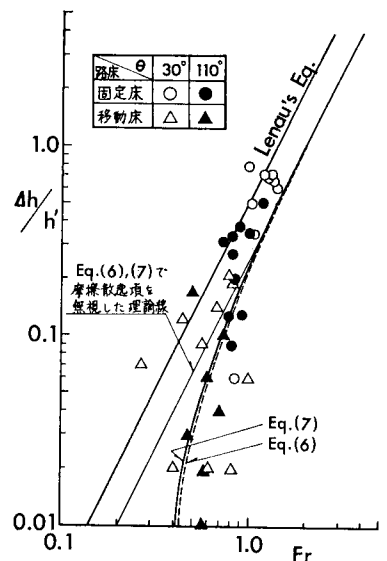


図2 $\Delta h/h$ と Fr の関係

$$\left(\begin{aligned} C(P) &= \frac{\sqrt{6}}{20} Te M CCo / (Co - C) \cdot C^{1/2} \sigma D^2, \quad E_{ij}^i = \frac{1}{2} (v_{ij}^i + v_{ji}^i) - \frac{1}{3} \delta_{ij} v_{kk}^i, \quad R_{ij}^i = \frac{1}{2} (v_{ij}^i - v_{ji}^i) \\ &+ \omega_{ij}^i, \quad \hat{\omega} = \left\{ \frac{3}{10} E_{ij}^i + \frac{1}{2} R_{ij}^i + \frac{D^2}{40} (\Omega_{ijk} \Omega_{ijk} + \Omega_{ikk} \Omega_{iil} + \Omega_{ijk} \Omega_{ikj}) \right\}^{1/2} \\ P: &\text{分散圧力, } Te: \text{定数, } M: \text{摩擦係数, } C: \text{粒子体積濃度, } Co: \text{最密充填粒子体積濃度, } \sigma: \text{粒子密度, } D: \text{粒径, } v_i: \text{流速, } \omega_{ij}: \text{粒子の回転速度, } \Omega_{ijk} = \omega_{ij,k}, \delta_{ij}: \text{クロネッカーのデルタ} \\ & ; \text{は共変微分} \end{aligned} \right.$$

慣性力に比べ散逸力が大きいの条件のもとに、次の仮定1, 2に加え、仮定3, 4を導入する。

仮定1. 非圧縮性, 2. $R_{ij}^i = 0$ (粒子の回転が速度場に從属する), 3. 定常・等流, 4. 二次流なし

これらの仮定により、基礎方程式は

$$\left. \begin{aligned} \text{連続式: } v_{i,k}^k &= 0, \quad \text{運動方程式: } P v_{ij}^i = P b_i + \sigma_{ij}^i \\ \text{構成方程式: } \sigma_{ij}^i &= -\delta_{ij} P + \frac{3}{10} C(P) \hat{\omega} E_{ij}^i, \quad E_{ij}^i = \frac{1}{2} (v_{ij}^i + v_{ji}^i) \end{aligned} \right\} (3)$$

と表わされる。ただし、 P はみかけの密度、 b_i は体積加速度である。又、仮定3より、図3のように座標をとると、

$$\tan i = z / (r \theta), \quad \tan i_c = z / (r_c \theta) \quad \text{より,} \quad \frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{r_c \tan i_c} \frac{\partial}{\partial \theta} \quad \dots (4)$$

$$\hat{\omega} = \hat{\omega}(v_{ij}^i, v_{ijk}^i) = K \frac{dv_{ij}^i}{d\theta} \quad (K: \text{定数}) \quad \dots (5)$$

となる。ここで、 θ : 弯曲部偏角, i_c : 弯曲部水路中心路床こう配である。

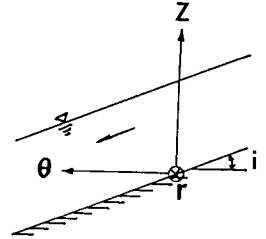


図3 円筒座標系

横断方向の流速分布形は、自由渦形から強制渦形の間にありと考えられるから、両極端の場合について(3)式を解くと、

(i) 強制渦形の流速分布をもつ場合 ($\frac{\partial v_{ij}^i}{\partial r} = 0$)

$$\frac{d\eta}{d\theta} = \eta Fr^2 - \frac{\eta}{\theta^2 + \tan^2 i} \quad \dots (6)$$

(ii) 自由渦形の流速分布をもつ場合 ($\frac{\partial v_{ij}^i}{\partial r} = -2 \frac{v_{ij}^i}{r}$)

$$\frac{d\eta}{d\theta} = \frac{Fr^2}{\theta^3} - \frac{\eta}{\theta^2 + \tan^2 i} + \frac{8}{25} \frac{1}{\theta^3} \frac{\tan^2 i}{\theta^2 + \tan^2 i} \left(\frac{h_c}{r_c} \right)^2 \left(\frac{Fr}{U_m/U_a} \right)^2 + \frac{\sqrt{2}}{5} \frac{1}{\theta^3} \frac{\tan^2 i}{\theta^2 + \tan^2 i} \left(\frac{h_c}{r_c} \right)^2 \left\{ 10\eta - \frac{8}{5} \left(\frac{h_c}{r_c} \right)^2 \frac{1}{\theta^4} \left(\frac{Fr}{U_m/U_a} \right)^2 \right\}^{-1/2} \frac{Fr}{U_m/U_a} \quad \dots (7)$$

となる。ただし、 $\eta = h / h_c$, $\theta = r / r_c$, $U_m / U_a = U_{mc} / \sqrt{g h_c i}$, $U_{mc} = r_c v_c^0$ である。

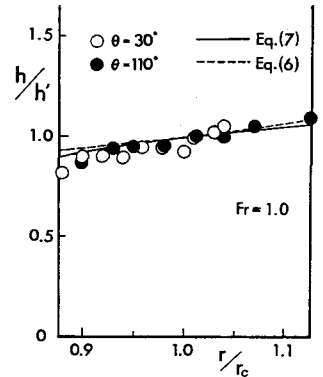


図4 弯曲部横断方向表面形

4. 理論値と実験値の比較 (6), (7)式の理論値と実験値の比較を図2に示す。この図より、 Fr 数が1より小さい領域で、(6), (7)式と実験値が良く一致していることがわかる。また、 Fr 数が1付近で、摩擦散逸力が無視できない領域と慣性力卓越の領域の間の遷移領域となっていることがわかる。図4に、弯曲部水路横断方向の表面形の理論値と実験値の一例を示す。図2, 4より、 $Fr \leq 1$ の場合、理論式(6), (7)式を求める際に条件とした、強制渦, 自由渦形の流速分布をもつ流れによる表面形の違いは、あまり大きくないことがわかる。

5. 結論 前述のように、 Fr 数が1より小さい場合は、流れの慣性力に比し摩擦散逸力が無視できないことを明らかにした。その場合の弯曲部横断方向の表面形状を表わす理論式として、(6), (7)式を導き、実験値と良く一致することを示した。

参考文献: 1) 芦田・高橋・新井: 土石流の調節制御に関する研究, 京大防災研年報第24号B-2, pp 251-263 昭和56年 2) Lenau, C.W.: Design of Channel Curves for Supercritical Flow, Trans, ASCE, Vol. 116, Paper 2435, 1951, pp 296-325 3) 金谷: 粒状体の流動の基礎理論(第2報, 発達した流れ), 機械学会論文集中B45巻392号, pp 515-522, 昭和54年 4) 山野・大同・三輪・西本: Newton 流体を含む粒子流の構成方程式のエネルギー的考察, 39回年講, 昭和59年