

## 1. はじめに

地震時付加質量に関しては従来より多くの研究がなされているが、中でも円筒構造物については、基本的な形状であること、厳密解が比較的容易に求められることから、多くの理論的検討がなされている。しかしながら、流体の圧縮性の影響についての系統的検討は必ずしも十分ではないし、特に、表面波発生の影響についてはほとんど検討されていなく、わずかに Liau<sup>1)</sup>, Nilrat<sup>2)</sup>, 喜岡<sup>3)</sup> による計算例が示されているにすぎない。従来の理論で表面波の発生が無視されているのは、対象が主として水中橋脚であったため、軟弱地盤上に直接設置されることはなく、したがって通常の地震の卓越周期では表面波の発生を考慮する必要がなかったためと思われる。これに対し、本研究で対象とする重力式石油生産プラットフォームなどの大型海洋構造物の場合、比較的軟弱な海底地盤上に直接設置されることも十分に考えられ、通常の地震の卓越周期に比べ相当に長周期で揺れる可能性がある。したがって、表面波発生の影響についても定量的に把握しておくことが重要と思われる。そこで本報では、圧縮性流体中の円筒の振動を表面波の発生を考慮して定式化し、得られた解を用いて流体の圧縮性の影響、および表面波発生の影響について検討した。

## 2. 表面波を考慮した動水圧理論

図-1に示すように、水深  $h$  の海域に半径  $a$  の円筒構造物があり、これが水中で角振動数  $\omega$  の調和振動を行う場合を考える。構造物の振動によって生じる流体運動は速度ポテンシャルによって記述することができるものとし、これを円筒座標系で  $\phi(r, \theta, z) e^{-i\omega t}$  とする。線形理論では  $\phi(r, \theta, z)$  は次の境界値問題の解として求められる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{\rho \omega^2}{\kappa} \phi = 0 \quad (\text{in } \Omega) \quad (1)$$

$$\partial \phi / \partial z - \nu \phi = 0 \quad (\nu \equiv \omega^2 / g) \quad (\text{on } S_F) \quad (2)$$

$$\partial \phi / \partial z = 0 \quad (\text{on } S_B) \quad (3)$$

$$\partial \phi / \partial n = -i\omega \xi_0 \cos \theta \quad (\text{on } S_H) \quad (4)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r(\partial \phi / \partial r - ik_0 \phi) = 0 \quad (5)$$

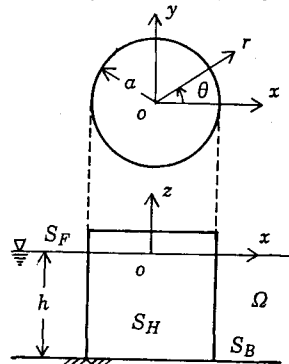


図-1 座標系

ここに、 $\rho$ : 流体密度、 $\kappa$ : 流体の体積弾性率、 $g$ : 重力加速度、 $\xi_0$ : 構造物の変位振幅、 $k_0$ : 波数( $k_0 \tanh k_0 h = \nu$  の実正根)である。式(1)が圧縮性流体の場合の支配方程式で、3次元ヘルムホルツ方程式である。 $\sqrt{\kappa/\rho}$  は局所音速を表すが、密度  $\rho$  の場所的、時間的変化はわずかと考えられるので、通常行われるように平均音速で置き換えて解析を進める。式(2)は自由表面条件で、表面波の発生を無視する場合はこれの代わりに  $\phi=0$  が用いられる。式(3)は海底面の不透過条件、式(4)は構造物表面における流体と構造物の運動速度の連続条件で、 $-i\omega \xi_0$  は運動振幅、 $n$  による微分は法線方向微分を表す。式(5)は放射条件で、無限遠方では outgoing wave のみになるという解の性質を規定するものである。

式(1)~(5)を満足する解は、固有関数展開法により、次式のように求められる。

$$\begin{aligned} \phi(r, \theta, z) = & -i\omega \xi_0 \left\{ \frac{2\nu}{\lambda_0 \{h(k_0^2 - \nu^2) + \nu\}} \frac{\cosh k_0(h+z)}{\cosh k_0 h} \frac{H_1^{(1)}(\lambda_0 r)}{H_1^{(1)}(\lambda_0 a)} - \sum_{n=1}^s \frac{2\nu}{\lambda_n' \{h(k_n^2 + \nu^2) - \nu\}} \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} \frac{H_1^{(1)}(\lambda_n' r)}{H_1^{(1)}(\lambda_n' a)} \right. \\ & \left. - \sum_{n=s+1}^{\infty} \frac{2\nu}{\lambda_n \{h(k_n^2 + \nu^2) - \nu\}} \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} \frac{K_1(\lambda_n r)}{K_1(\lambda_n a)} \right\} \cos \theta \quad (6) \end{aligned}$$

ただし、 $H_1^{(1)}$ : 第1種1次ハンケル関数、 $K_1$ : 第2種1次変形ベッセル関数、 $H_m^{(1)'}$ 、 $K_m'$ : それぞれの導関数、 $k_n$ : 固有値 ( $k_n \tanh k_n h = -\nu$  の実正根、 $k_1 < k_2 < \dots$ )、 $\lambda_0^2 = k_0^2 + \rho\omega^2/\kappa$ 、 $\lambda_n^2 = k_n^2 - \rho\omega^2/\kappa$ 、 $\lambda_n' = i\lambda_n$  で、 $s$  は  $k_n^2 - \rho\omega^2/\kappa < 0$  となる整数  $n$  のうち最大のものである。

ここで、他の研究によって得られている解との関連について簡単に触れておく。式(6)は、座標系のとり方と解の表現が若干異なっているものの本質的には土岐<sup>4)</sup>の求めたものと同じである。しかし、土岐は実際の数値計算は表面波がない場合の解に基づいて行っており、表面波の発生がある場合の計算は行っていない。また、田中<sup>5)</sup>は表面波がない場合の解を、式(5)の放射条件のかわりに無限遠方で  $\phi=0$  の条件のもとに求めている。しかし、

Sommerfeldによれば、ヘルムホルツ方程式の外部境界値問題は、無限遠方で放射条件(5)を課さない限り解の一意性が保証されない。そしてこの事実は、Rellichが任意の $n$ 次元の場合に拡張して数学的に厳密に証明した<sup>6)</sup>。したがって、無限遠方で  $\phi=0$  の条件のもとに求めた田中の解は物理的な意味が不明確なものとなっている。

### 3. 数値計算例と考察

(1)流体の圧縮性の影響： 式(6)における第2項が圧縮性を考えることによって付け加わる項で、有限個( $s$ 個)の進行波成分からなっている。この圧縮性に基づく進行波成分の $n$ 次モードの発生限界は、次式によって示される。

$$h < (2n-1)\sqrt{\kappa/\rho} T/4 \quad \cdots \cdots \cdots (7)$$
この式に基づき、各モードに対する臨界値を横軸に振動周期数  $f$ 、縦軸に水深  $h$  をとってプロットしたのが 図-2である。ただし、水中音速は 1475m/s としている。

図-3は、無次元周期  $\sqrt{\kappa/\rho} T/h$  ( $T$ : 周期) に対する圧縮性の影響を示したもので、図中、 $D$  は円筒の直径、 $M_v^*$  は非圧縮性とした場合の付加質量係数、 $M_v$  は圧縮性とした場合の付加質量係数である。ただし、付加質量係数は付加質量  $M_v$  を円筒が排除した流体の質量 ( $=\rho n a^2 h$ ) で除した値として定義している。この図から、 $\sqrt{\kappa/\rho} T/h > 20$  となると圧縮性の影響が現れてくることがわかる。これは通常の地震の卓越周期数領域でも水深が約35m 以上となると圧縮性の影響が現れてくることを意味している。北海の例に見られるように、大型海洋構造物の場合設置水深が 100m 以上となることもめずらしくないので、その付加質量の算定にあたっては流体の圧縮性を考慮しなければならないことがわかる。なお、この計算では流体の圧縮性の影響のみを見るために表面波の発生を無視している。

(2)表面波の影響： 図-4は、無次元角振動数  $D\omega^2/g$  に対する表面波の影響を示したものである。この図から、表面波の影響は  $D\omega^2/g < 100$  の範囲で現れることがわかる。これは、たとえば周期1秒の場合直径25m以下、周期2秒の場合直径約100m以下の構造物は表面波の影響を受けることを意味している。したがって、条件によっては表面波の影響を考慮する必要があるといえる。特に、表面波の発生によって振動加速度と付加慣性力の間に位相差が生じるので、構造物の動的応答の検討には、表面波を考慮する必要があるものと思われる。なお、この計算では表面波の影響のみを見るために流体は非圧縮性としている。

(3)付加質量係数： 最後に  $M_v^*$ 、すなわち非圧縮性でかつ表面波の発生がないとしたときの付加質量係数を  $D/h$  の関数として 図-5に示しておく。これと 図-3、図-4などから流体の圧縮性および表面波発生を考慮したときの付加質量係数が求められる。

### 4. あとがき

以上のように、著者は、流体の圧縮性および表面波の発生を考慮した動水圧理論に基づき、これらが付加質量特性におよぼす影響を検討した。なお、ここでは円筒構造物に関する結果の一部を紹介したが、現在、軸対称構造物、矩形断面、小判型断面構造物などについても同様に、流体の圧縮性および表面波の発生を考慮した一連の解析を進めており、興味深い結果が得られている。これについては別の機会に発表したい。

1) Liao,C.-Y., : Earthquake response of axisymmetric tower structures surrounded by water, UCB Report No.EERC 73-25, 1973. 2) Nilrat, F., :Hydrodynamic pressure and added mass for axisymmetric bodies, UCB Report No.EERC -80/12, 1980. 3) 喜岡 渉, : 大型海洋構造物に作用する地震時付加質量, 第28回海岸工学講演会論文集, pp.609~613, 1981. 4) 土岐憲三: 構造物基礎の地震応答に関する研究, 京都大学学位論文, 1969. 5) 田中良弘: 円柱海洋構造物の地震応答解析, 第30回海岸工学講演会論文集, pp.366~370, 1983. 6) ゾンマーフェルト: 物理数学—偏微分方程式論—, 講談社, 1976.

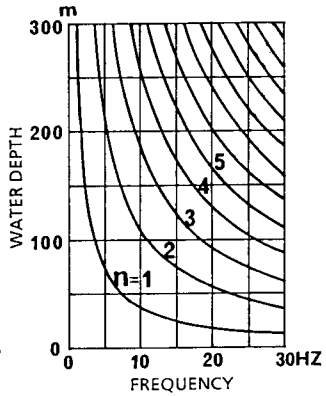


図-2 圧縮性による進行波モードの発生限界

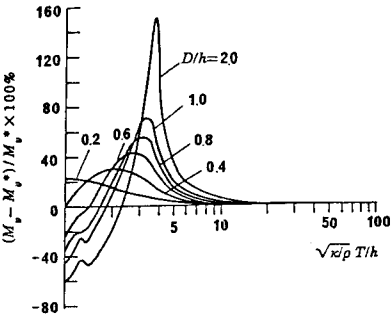


図-3 圧縮性の影響

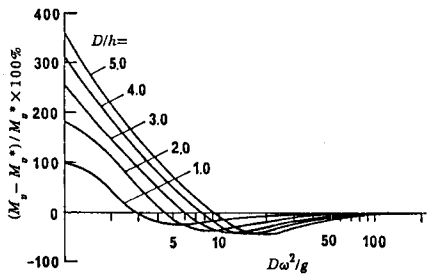


図-4 表面波の影響

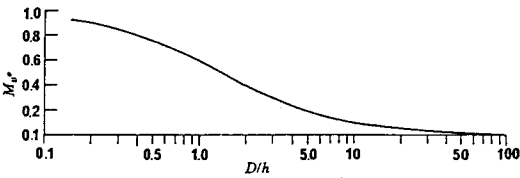


図-5 付加質量係数