

1. はじめに

近年、空気タービン方式の波力発電が実用化の段階にはいつてきた。これは、構造物内部の水面変動を空気に変換することによって波のエネルギーを取り出すものであり、来襲波に対する内部水面の応答を定量的に把握することが、エネルギー効率を考えるうえで重要な課題となる。そこで著者らは、前報¹⁾でこのような構造物の基本形状の一つである中空円筒による波の散乱をポテンシャル接続法に基づいて定式化した。そして、内部の平均水面変動の応答特性および内外部の波高分布を求め、内外部流体の干渉効果に関する考察を加えた。本報はこれに引き続き、前報では数値計算上の制約から十分に検討できなかった固有関数の展開項数と解の収束の関係に関して再検討するとともに、模型実験による理論の検証を行ったものである。

2. ポテンシャル接続法による定式化¹⁾

解析法は前報に詳しいので、ここではその概要のみを述べることにする。一定の水深 h を有する水域に、図-1に示すような半径 a 、喫水 q_1h で、肉厚の無視できる中空円筒があり、これに角振動数 ω 、波高 H_0 の微小振幅波が入射する場合を考える。流体領域を円筒外部 Ω_1 および内部 Ω_2 とに分け、各領域の速度ポテンシャルを $\phi_1(r, \theta, z)e^{-i\omega t}$ および $\phi_2(r, \theta, z)e^{-i\omega t}$ とする。これらは、基礎方程式であるラプラス方程式と所与の境界条件を満足する関数で、 $r=a$ での接続条件を除いたすべての境界条件と基礎方程式を満足する解、すなわち一般解は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_i(r, \theta, z) &= (gH_0/2\omega) \sum_{m=0}^{\infty} \psi_i^{(m)}(r, z) \cos m\theta \quad (i=1, 2) \\ \psi_1^{(m)}(r, z) &= \sum_{n=1}^{\infty} A_n^{(m)} \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} K_m(k_n r) - iA_0^{(m)} \frac{\cosh k_0(h+z)}{\cosh k_0 h} H_m^{(1)}(k_0 r) \\ \psi_2^{(m)}(r, z) &= \sum_{n=1}^{\infty} B_n^{(m)} \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} I_m(k_n r) - iB_0^{(m)} \frac{\cosh k_0(h+z)}{\cosh k_0 h} J_m(k_0 r) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

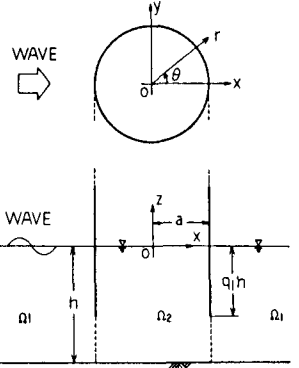


図-1 座標系の定義

ここで、 $A_n^{(m)}, B_n^{(m)} (n, m=0, 1, \dots)$: 複素未定係数、 $k_0, k_n (n=1, 2, \dots)$: 波数 および固有値、 $J_m, H_m^{(1)}, I_m, K_m$: m 次ベッセル関数、第1種ハンケル関数、第1種および第2種変形ベッセル関数である。また ϕ_1, ϕ_2 は、 $r=a$ で圧力、運動量の連続条件および円筒表面の不透過条件を満足する必要がある。 $\psi_1^{(m)}, \psi_2^{(m)}$ を用いてこれらの条件を表すと以下のようなになる。

$$\left. \begin{aligned} \psi_1^{(m)}|_{r=a} &= \psi_2^{(m)}|_{r=a}, \quad \partial \psi_1^{(m)} / \partial r|_{r=a} = \partial \psi_2^{(m)} / \partial r|_{r=a} & (-h \leq z \leq -q_1 h) \\ \partial \psi_i^{(m)} / \partial r|_{r=a} &+ \partial \psi_0^{(m)} / \partial r|_{r=a} = 0 \quad (i=1, 2) & (-q_1 h \leq z \leq 0) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ただし $\psi_0^{(m)}$ は、入射波の速度ポテンシャルをフーリエ余弦展開したときのフーリエ係数である。(1)式的一般解に含まれる未定係数を固有関数の直交性等を利用して(2)式を満足すべく求めることにより、基礎方程式および全ての境界条件を満たす解が得られ、これによって円筒内外部の流体の運動を決定することができる。

3. 固有関数の展開項数

(1)式に示すように、 ϕ_1, ϕ_2 は固有関数展開およびフーリエ展開による無限級数で表されるが、数値計算上これらの級数項を何項とればよいかが問題になる。このうちフーリエ展開項数についてはすでに前報で検討しており、5~7項程度で十分収束することを確認している。一方、固有関数の展開項数については、未定係数を決める連立方程式のマトリックスが展開項数を増すことによって特異性に近くなるという性質を持つため、前報では、全ての計算においてこれを3項とした。しかし、その程度の項数では $r=a$ での境界条件を十分満足しない場合があり、問題点として残されていた。そこで本報では、最小二乗法を用いて正規方程式をたてること

によってこの問題を解決し、 $\bar{\eta} = (1/S) \int_A \eta_2 dA$ で定義される円筒内部の平均水面変動量を用いて、固有関数の展開項数が解におよぼす影響を検討した。ただし、 A は水線面を表し、 S はその面積 ($=\pi a^2$)、 η_2 は内部水面の変動量である。この場合前報で述べたように、 $\bar{\eta}$ を求めるのに必要なフーリエ次数は0次のみであるため、固

有関数の展開項数の影響を調べるのには都合がいい。図-2(a)は、水深 h と入射波長 L の比 h/L を0.1とし、喫水深比 q_1 および円筒の径 $D (=2a)$ と L の比 D/L を変化させ、展開項数 N に対する $|\bar{\eta}|$ の収束を調べたものである。ただし縦軸は、 N 項の場合の計算値と15項の場合の計算値の比を示す。この場合、いずれも5項程度で急速に収束し、10項程度で一定値になるのがわかる。次に D/L を0.5で一定とし、 h/L と q_1 を変化させ同様の計算を行ったのが、図-2(b)である。この図より $h/L=0.2$ のときは若干収束が悪くなる場合があることがわかる。ただし、15項の計算値を収束値と考え、 $N=10$ における相対誤差は最大3%であり、実用的にはこの程度で十分であろう。

4.実験値との比較

解析法の妥当性を検証するために、外径63.0cm、内径59.4cmの塩化ビニール製薄肉管を用いて模型実験を行った。ただし、水深は60.0cm、入射波高は3.0cmで一定とし、喫水深比 q_1 を1/3と2/3の2通りとした。また計算は前節の結果を踏まえ、 $N=10$ 、 M (フーリエ展開項数) $=7$ とし、円筒の径は外径と内径の平均値とした。図-3(a)は、 $q_1=1/3$ の場合の内部水面変動量の実験値と計算値を比較したもので、縦軸は無次元化水面変動量である。この図より、計算では $D/L=0.27$ 付近で一次の共振現象(水面全体が一様に上下運動する現象)が現れ、 D/L が大きくなるにつれて2次の共振現象 ($D/L=0.61$)、3次の共振現象 ($D/L=0.97$) が現れるのがわかる。図-3(b)より、 $q_1=2/3$ の場合もほぼ同様な傾向を示すが、1次の共振現象が現れる D/L の値が若干小さく、また $q_1=1/3$ の場合、 D/L の変化に伴って応答が緩やかに変化するのに対し、 $q_1=2/3$ では共振点付近で応答が急激に変化するのわかる。これらの図より、計算値と実験値は良好な一致を示しており、本解析法によって十分妥当な結果が与えられるものと思われる。

5.あとがき

著者らが前報で示した、中空円筒による波の散乱において、計算精度上重要となる固有関数の展開項数の影響を内部平均水面変動量の収束を調べることによって検討した。これによって、10項程度で実用上十分な収束値が得られることがわかった。また、これを踏まえて内部水面変動量の応答特性を計算し、模型実験による実験値と比較した。その結果、両者は良く一致しており、本解析法の妥当性が確認できた。

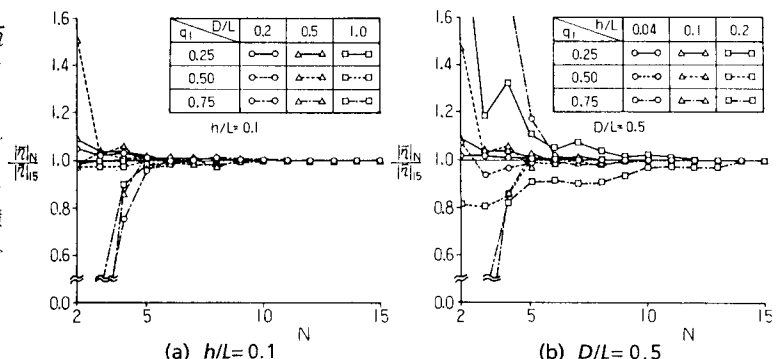


図-2 展開項数に対する平均水面変動量の収束

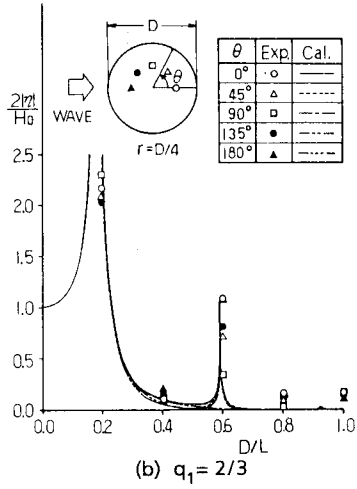
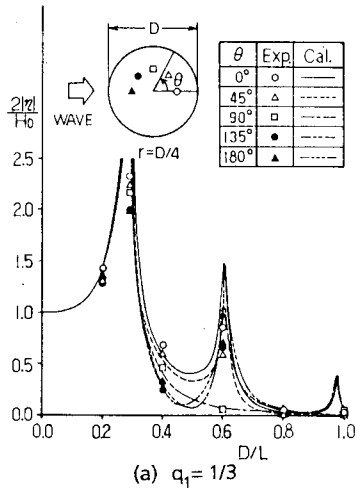


図-3 内部水面変動の応答

1)清川・大山・小林: "中空円筒による波の散乱の解析とその応用", 第30回海岸工学講演会論文集, pp.390~394, 1983.