

石川 崇方 正会員 細沼 宏之
金沢大学工学部 正会員 石田 啓

1. まえがき 浅海域における碎波現象を説明することは、海浜過程等を取り扱う場合に重要な課題となる。着目するに、波動場の方程式とデカルト座標系から楕円筒座標系に変換することにより、一様勾配斜面上で碎波する波の理論近似解を求めたが、これは、水深が非常に浅い所では、誤差が増加する欠点があった。本研究では、この問題を解決するため、 $W = \log z$ の写像関数を用いて近似解を求めることとする。

2. 理論 水平座標 x および鉛直座標 y に冲波波数 k_0 を乗じ、時間 t に角周波数 ω を乗じ、また、速度ポテンシャル ϕ に k_0^2/ω を乗じてこれを無次元化する。以下、無次元化された諸量に、' を付す。次に、複素平面 $z = x + iy$ 上の一様斜面上の領域を $w = \xi + i\eta$ 平面の一樣水深領域に写像する。この写像関数は、 $W = \log z$ で与えられるので、 (x', y') 座標と、 (ξ, η) 座標との対応は、 $x' = e^{\xi} \cos \eta$, $y' = e^{\xi} \sin \eta$ となる。図1は、この関係を示したものである。次に、波中らと同様に、水平座標 ξ を、圧縮パラメータ δ を用いて $\lambda = \delta \xi$ と変換する。波動場の方程式および境界条件式は、非線形項を無視し、微小振幅波のオーダーで取り扱うと、

$$\left. \begin{aligned} \delta^2 \phi_{\lambda\lambda} + \phi_{\eta\eta} &= 0 \\ \phi_{\eta} &= 0 & \eta = -\theta_B \\ \phi_{\xi} + \xi' &= 0 & \xi' = \eta^* \approx 0 \\ \xi_{\xi} - \cos \eta \phi_{\eta}' / e^{\xi} &= 0 & \xi' = \eta^* \approx 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

となる。ここで、解の形は、波中らと同様に、

$$\phi = A e^{i\lambda}, \quad \xi' = Y e^{-i\lambda}, \quad \lambda = \delta^{-1} \int k d\lambda + t \quad (2)$$

と仮定し、式(1)に代入すると、次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} A_{\eta\eta} - k^2 A + i\delta(2k A_{\lambda} + k_{\lambda} A) + \delta^2 A_{\lambda\lambda} &= 0 \\ A_{\eta} &= 0 & \eta = -\theta_B \\ Y = iA & & \xi' = 0 \\ \cos \eta \cdot A_{\eta} / e^{\xi} - A &= 0 & \xi' = 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

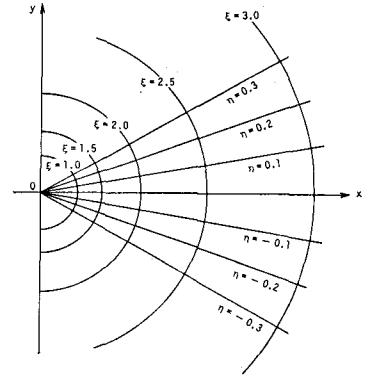


図1 座標 (x, y) と (ξ, η) の対応

次に、 A , Y および k を、微小パラメータ δ を用いて振動展開すると、

$$A = A^{(0)} + \delta A^{(1)} + \delta^2 A^{(2)} + \dots, \quad Y = Y^{(0)} + \delta Y^{(1)} + \delta^2 Y^{(2)} + \dots, \quad k = k^{(0)} + \delta k^{(1)} + \delta^2 k^{(2)} + \dots \quad (4)$$

となる。これを式(3)に代入し、 δ^0 , δ^1 および δ^2 のオーダーで整理すると、それぞれ、

$$\left. \begin{aligned} \langle \delta^0 \rangle \quad & \left. \begin{aligned} A_{\eta\eta}^{(0)} - k^{(0)2} A^{(0)} &= 0 \\ A_{\eta}^{(0)} &= 0 & \eta = -\theta_B \\ Y^{(0)} = iA^{(0)} & & \xi' = 0 \\ A_{\eta}^{(0)} / e^{\xi} - A^{(0)} &= 0 & \xi' = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5) \\ \langle \delta^1 \rangle \quad & \left. \begin{aligned} A_{\eta\eta}^{(1)} - k^{(0)2} A^{(1)} &= 2k^{(0)} k^{(1)} A^{(0)} + i(2k^{(0)} A_{\lambda}^{(0)} + k_{\lambda}^{(0)} A^{(0)}) \\ A_{\eta}^{(1)} &= 0 & \eta = -\theta_B \\ Y^{(1)} = iA^{(1)} & & \xi' = 0 \\ A_{\eta}^{(1)} / e^{\xi} - A^{(1)} &= 0 & \xi' = 0 \end{aligned} \right\} \quad (6) \\ \langle \delta^2 \rangle \quad & \left. \begin{aligned} A_{\eta\eta}^{(2)} - k^{(0)2} A^{(2)} - k^{(1)2} A^{(0)} - 2k^{(0)} k^{(1)} A^{(1)} - 2k^{(1)} k^{(0)} A^{(0)} &= i\{k_{\lambda}^{(1)} A^{(0)} + k_{\lambda}^{(0)} A^{(1)}\} + 2\{k^{(0)} A_{\lambda}^{(1)} + k^{(1)} A_{\lambda}^{(0)}\} - A_{\lambda\lambda}^{(0)} \\ A_{\eta}^{(2)} &= 0 & \eta = -\theta_B \\ Y^{(2)} = iA^{(2)} & & \xi' = 0 \\ A_{\eta}^{(2)} / e^{\xi} - A^{(2)} &= 0 & \xi' = 0 \end{aligned} \right\} \quad (7) \end{aligned}$$

となる。各オーダーごとに解を求める、

$$\left. \begin{aligned} A^{(0)} &= -i a \cosh \alpha, \quad \phi^{(0)} = -a \cosh \alpha \sin \lambda, \quad (r/e^{\xi}) \tanh(r/e^{\xi} \cdot \eta) = 1 \\ \alpha &= r(\eta + \theta_B), \quad r = k^{(0)} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$A^{(0)} = B_1 \alpha^2 \cosh \alpha + B_2 \alpha \sinh \alpha, \quad \phi^{(0)} = (B_1 \alpha^2 \cosh \alpha + B_2 \alpha \sinh \alpha) \cos \chi \quad \dots (9)$$

$$B_1 = a r_2 / 2 r^2, \quad B_2 = a r_1 / r, \quad k^{(0)} = 0$$

$$A^{(2)} = (C_1 \alpha^4 + C_2 \alpha^2) \cosh \alpha + (C_3 \alpha^2 + C_4 \alpha) \sinh \alpha, \quad \phi^{(2)} = \{ (C_1 \alpha^4 + C_2 \alpha^2) \cosh \alpha + (C_3 \alpha^2 + C_4 \alpha) \sinh \alpha \} \sin \chi \quad \dots (10)$$

$$C_1 = a r_2^2 / 8 r^4, \quad C_2 = a r_2 / 2 r^2, \quad C_3 = a r_1 r_2 / 2 r^3 + a r_2 r_1 / 6 r^3, \quad C_4 = -a k^{(0)} / r$$

となる。式(10)で用いられる $k^{(2)}$ は、式(10)の $A^{(2)}$ を式(9.4)に代入することにより求まる。

一方、振幅 a の水深減少に伴う変化は、エネルギーフラックスの保存則を適用すると、

$$(H_0/2)^2 = a^2 (r \theta_0 + 1/2 \sinh 2r \theta_0) \quad \dots (11)$$

となる。ここに、 H_0 は沖波波高を表わす。

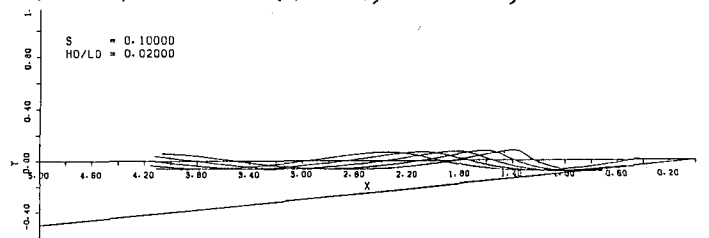
また、式(9)および(10)で用いられる r_2 および a_2 は、それぞれ式(8.3)および(11)を微分することにより、

$$\left. \begin{aligned} r_2 &= r/\delta - r r_2 / \{ \sinh(r r_2 / e^3) + r \} \\ a_2 &= -(a/2) r_2 \theta_0 (1 + \cosh 2r \theta_0) / (r \theta_0 + 1/2 \sinh 2r \theta_0) \end{aligned} \right\} \quad \dots (12)$$

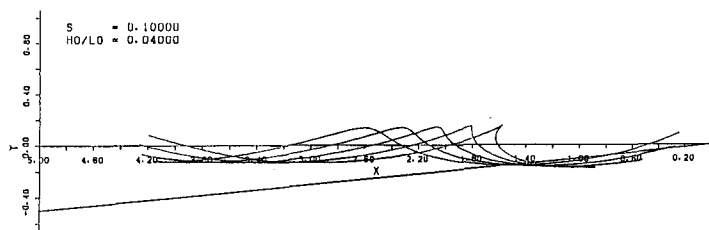
のように表わされる。

3. 計算結果 図3には、座勾配 $S=0.1$ とし、沖波波形勾配 H_0/L_0 を表えた時のラグランジェ的方法による碎波波形を示す。(a)の $H_0/L_0=0.02$ の場合には、波は進行に伴い前傾化するが、波峰の先鋭化は見られず、碎け寄と波型碎波となる。(b)の $H_0/L_0=0.04$ の場合には、波は進行に伴い前傾化し波峰が飛び出す巻き波型碎波となる。(c)の $H_0/L_0=0.10$ の場合には、波頭が崩れながら進行する崩れ波型碎波となる。これはラグランジェ的な計算方法による結果であるが、オイラー的な方法で直接碎波波形を表現することは困難なようである。ただし、碎波後は、波形の解が発散する英として算定することは可能であり、定性的には、従来の結果に近い結果が得られた。有限振幅波のオーダーでの取り扱いについてもうすぐ検討しており、この解を用いた碎波限界や水粒子速度について計算を行なったが、これらについては、講演時に説明を行う。最後に、本研究も行うに際し、助力を惜しまなかった大学院生の有藤和行君に謝意を表す。

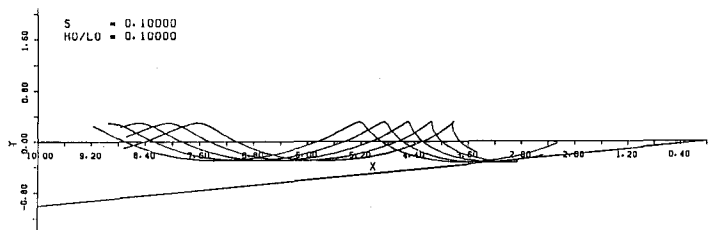
《参考文献》
1) 日野幹雄・渡田和夫：英形変換を用いた任意断面上の波動場の解析法，第30回海講演文集，1983。
2) 渡中達一郎・加藤一之：有限振幅波の浅水変形に対する振動解，第29回海講演文集，1982。
3) 石田 塔・山口 登：斜面上の碎波の理論とその応用，第30回海講演文集，1983。



(a) 碎け寄せ波型



(b) 巻き波型



(c) 崩れ波型

図2 波形勾配の変化による碎波波形の変化